

B-CAPM 模型的 GMM 估计和检验

张卫东, 龚金国

(西南财经大学统计学院, 四川 成都 610074)

摘要: 作为资本资产定价模型(CAPM)的发展之一, B-CAPM 模型更适合于复杂多变的现实资本市场。本文首先分析从 CAPM 到 B-CAPM 的模型转化及其理论含义, 然后迭代求出 B-CAPM 模型的零贝塔期望收益的极大似然估计值(MLE), 最后通过案例, 实证运用 GMM 方法构建 B-CAPM 的估计和检验。结果表明, B-CAPM 模型适用于证券市场收益和风险的度量以及有效性检验, GMM 方法更符合实际。

关键词: CAPM 模型; B-CAPM 模型; GMM 方法; 估计和检验

中图分类号: F064.1; F224.0

文献标识码: A

1 引言

现代金融经济学的重要问题之一是如何权衡和度量投资风险和预期收益。Sharpe^[1] 和 Lintner^[2] 建立了著名的资本资产定价模型(CAPM)。它提供了测量风险以及风险和预期回报之间关系的强有力的有效方法, 至今仍被广泛应用。

CAPM 模型是建立在一系列的假设条件的基础之上的。在存在无风险资产的条件下, 对任何一个资产 i , 有 $E(R_i) = R_f + \beta_i \cdot E(R_m - R_f)$ 。其中 R_f 是无风险资产收益率, R_m 是市场组合的收益率, R_i 是资产 i 的收益率。这是人们所熟悉的 CAPM 表达式。这个模型在现代金融经济理论中占据着重要地位。它提供了一个可以测度风险大小的模型。

对于 CAPM 模型的具体估计和检验, 通常设定下述回归模型进行:

$$(R_i - R_f) = \alpha + \beta_i (R_m - R_f) + u_i$$

其中, $(R_i - R_f)$ 是资产 i 的超额收益, $(R_m - R_f)$ 是市场的超额收益。一般采用最小二乘法(OLS)估计模型, 但这需要 u_i 满足球形扰动的假定以保证估计的有效性。而 CAPM 理论意味着参数 α 应该为零。这一点可以通过估计模型后, 运用 t 检验, 检验假设 $H_0: \alpha = 0$ 来完成。

1990 年以后, 国内一些学者对 CAPM 模型在中国证券市场的适用性做了大量研究。陈小悦、孙爱军^[3] 和陈浪南、屈文洲^[4] 的研究表明, CAPM 模型对于中国证券市场资本收益的定价不具有有效性; 朱顺泉^[5] 采用 2003 年 8 月 1 日至 2006 年 7 月 31 日期间的上海资本市场交易数据对 CAPM 模型的适用性进行了检验, 结果发现: 上海资本市场股票组合的平均超额收益率与其系统风险之间存在正相关关系, 与非系统风险不存在显著的线性关系, 基本符合标准形式的 CAPM。国内学者对中国资本市场 CAPM 的实证检验结果存在差异。

在现代资产定价理论中, 一个基本的假定是证券资产风险溢价满足方差齐性。然而, 这样的假设未必是正确的, 因此, 需要对资产定价模型进行异方差的检验。李勇、倪中新、周影辉^[6] 提出了检验 CAPM 模型的回归条件异方差的贝叶斯检验方法, 并利用实例论证了其方法的有效性。陶利彬、方兆本^[7] 在金融市场数据不满足独立同正态分布的情况下, 基于广义矩方法(GMM)对 CAPM 模型的有效性进行了检验, 结果显示, GMM 的检验结果与正态假设下的 Wald 检验和 F 检验存在差异。而这些关于 CAPM 模型的研究都是在假设市场上存在无风险资产的情况下进行的。

但是, 如果市场上没有无风险资产, 比如严重通货膨胀时资本市场就没有价值不变的无风险资产, 那么 CAPM 模型就需要适当的修改或转化, 即 B-CAPM 模型。

B-CAPM 模型是 Black^[8] 提出的在投资者无法获得无风险资产的情况下的零贝塔 CAPM 模型。

收稿日期: 2011-10-09; **修订日期:** 2012-08-27

基金项目: 中央高校基本科研业务费专项资金(JBK120405);
四川省高校人文社会科学重点研究基地

作者简介: 张卫东(1966-), 男(汉族), 四川成都人, 西南财经大学统计学院副教授, 经济学博士, 研究方向: 统计分析方法、计量经济理论与方法。

高金窑、李仲飞^[9]研究了模型不确定性条件下的稳健投资组合有效前沿和 CAPM 模型。研究发现,当市场上不存在无风险资产时,模型不确定性对风险资产投资比例的影响是非平等的,因此可能会导致投资组合的非分散化以及零贝塔 CAPM 不成立。该文献对模型的形式不做具体假设,而是通过“参考”模型计算分析模型不确定性条件下的稳健投资组合有效前沿。本文研究的是 B-CAPM 模型具有确定形式下的估计和检验问题,这是本文与该文献最大区别。

本文与李勇等^[6],陶利彬等^[7]的主要区别在于,他们是关于不同情况下 CAPM 模型有效性的检验方法的研究和比较,本文则是关于 CAPM 模型的拓展——B-CAPM 模型的具体估计及估计的有效性和检验问题的研究。

本文的主要贡献有三点:(1)采用不依赖于总体分布的广义矩方法(GMM)对 B-CAPM 模型进行具体估计;(2)用 GMM 估计对比传统的 OLS 估计,得到更符合实际的有效估计结果;(3)用 GMM 方法检验矩条件是否成立,进而判断 B-CAPM 模型对于分析没有无风险资产的资本市场适用性。

2 CAPM 模型的拓展——B-CAPM 模型

CAPM 模型是在市场存在无风险资产的假设条件下,度量风险与风险报酬之间关系的模型。但当市场不存在无风险资产时,Black^[8]提出了一个零贝塔证券组合来代替无风险资产,得到在没有无风险资产的情况下的资本资产定价模型,即 B-CAPM,其模型为:

$$E(R_i) = \gamma + \beta_i(E(R_m) - \gamma) \quad (1)$$

其中, γ 是零贝塔组合的期望收益。这里的 R_i 为第 i 种风险资产或资产组合的收益率; β_i 是第 i 种风险资产的贝塔系数; R_m 为市场组合收益; γ 作为零贝塔组合的期望收益,它定义为与市场不相关的组合中具有最小方差的那个组合的期望收益。在经济分析中 γ 是不可观测的,是需要估计的未知参数。

对于模型(1)的估计和检验,可以类似于 CAPM 模型的分析思路,按照下述方式进行:

$$\begin{aligned} R_{it} &= \alpha_i + \beta_i R_{mt} + \epsilon_{it} \\ E(\epsilon_{it}) &= 0, E(\epsilon_{it} \epsilon_{js}) = \begin{cases} \sigma_{ij} & t = s \\ 0 & t \neq s \end{cases} \quad (2) \\ E(R_{mt}) &= \mu_m, E[(R_{mt} - \mu_m)^2] = \sigma_m^2, Cov(R_{mt}, \epsilon_{it}) = 0 \end{aligned}$$

其中,比较理论模型(1)与待估计模型(2),有 $\alpha_i = (1 - \beta_i)\gamma$ 。

更一般的,对于多种资产组合,用向量形式可表示为:

$$\alpha = (l - \beta)\gamma$$

这里的 $l = (1, 1, \dots, 1)'$ 。 α 和 β 资产收益截距和贝塔系数的向量。

类似于 CAPM 模型检验 $H_0: \alpha = 0$, B-CAPM 模型需要检验如下零假设:

$$H_{BCAPM}: \alpha = (l - \beta)\gamma \quad (3)$$

同样,对于多种资产组合,模型(1)可写为:

$$E[R_t] - \gamma l = \beta(E[R_{mt}] - \gamma) \quad (4)$$

模型(2)也表达为:

$$R_t - \gamma l = \alpha + \beta(R_{mt} - \gamma) + \epsilon_t \quad (5)$$

令 $Z_t = R_t - \gamma l$, $Z_{mt} = R_{mt} - \gamma$, 分别表示了超过零贝塔组合期望收益 γ 的资产或资产组合超额收益与市场组合超额收益,当我们估计出了 γ (通常通过极大似然迭代算出^[10]),这时的 γ 可看成是一个已知的常数,就好比 Sharpe-Lintner 的 CAPM 中的无风险收益 R_f 。这时模型(4)可写为:

$$E(Z_t) = \beta E(Z_{mt}) \quad (6)$$

模型(5)可写为:

$$Z_t = \alpha + \beta Z_{mt} + \epsilon_t \quad (7)$$

这完全类似于 Shape-Linter 的 CAPM 模型。而比较(6)、(7),我们发现,此时需要检验的假设,也就将(3)式的 H_{BCAPM} 转化成了零假设:

$$H_0: \alpha = 0 \quad (8)$$

以上分析表明,对于 B-CAPM 模型的估计和检验完全类似于 CAPM 模型的分析框架。那么应该采用什么方法才能更有效和稳健的估计和检验 B-CAPM 模型呢?

事实上,对于 B-CAPM 模型的估计和检验受到的关注和重视并不多。Gibbons^[11]和 Kandel^[12]使用迭代和无迭代的似然比(LR)检验 B-CAPM 模型。Shanken^[13]在正态性假定下把 LR 检验推广到多因子 B-CAPM 模型。Zhou Guofu^[14]也在正态性假定下提出了等价于 LR 检验的特征值检验,但该检验过程繁琐且计算困难。上述这些检验都是在独立正态条件下推出的,而众多实证结果表明金融市场的市场数据通常不是独立正态分布的。Chou Pin-huang^[15]在误差项独立但并非正态的假设下应用 Wald 检验,进而延伸到允许误差项有序列相关和条件异方差时的广义矩方法(GMM)来检验 B-CAPM 模型的有效性,通过模拟研究比较了在不同样本容

量,误差项是否有序列相关的情况下,LR、Wald 和 GMM 检验的优劣,但并未涉及到 B-CAPM 模型参数的具体估计。

对于 B-CAPM 模型,特别是分布设定为非正态或其它弱化条件下的估计和检验,近年来的研究甚少,鲜见文献。本文正是在这种背景下,采用不依赖于总体分布的广义矩方法(GMM)分析框架对 B-CAPM 模型进行估计和检验,用 GMM 估计对比传统的 OLS 估计,以得到更符合实际的有效估计结果;用 GMM 检验矩条件是否成立,进而判断 B-CAPM 模型对于分析资本市场,特别是没有价值不变的无风险资产的资本市场是否适合。

3 模型的估计和检验方法

B-CAPM 模型的估计一般采用极大似然估计(MLE),检验一般采用 Wald 检验或 F 检验。但是,在运用 MLE 估计,和 Wald 或 F 检验的时候,通常需要假设资产收益是独立联合正态分布的,而许多实证结果表明这一假设并不符合现实资本市场,这些方法在 B-CAPM 模型中的运用受到质疑。

如果我们放宽独立联合正态的假设,即允许资产组合收益的分布有非正态性、异方差性、序列相关性等现象,那么,广义矩方法(GMM)应该是估计和检验 B-CAPM 模型的合适方法,因为 GMM 是从矩条件或矩方程进行估计和检验,不依赖于总体分布。于是我们采用 GMM 框架来构建 B-CAPM 的估计和检验。

Hansen^[16]提出的 GMM 方法可以用来估计和检验大量的计量经济模型。

假设 θ 是 $k \times 1$ 的需要估计的未知参数向量。 $m(z, \theta)$ 是 $\ell \times 1$ 的向量函数 ($\ell \geq k$), 满足矩条件 $E[m(z, \theta)] = 0$ 。对于样本容量 n , 设 $\bar{g}(\theta) = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n m(z_i, \theta)$ 。那么:

$$\min J(\theta) = \bar{g}(\theta)' W \bar{g}(\theta)$$

得到广义矩估计量 $\hat{\theta}_{GMM} = \operatorname{argmin}[\frac{1}{n} \sum m(z_i, \theta)]' W [\frac{1}{n} \sum m(z_i, \theta)]$

W 为加权矩阵。 $\hat{\theta}_{GMM}$ 具有良好的渐近性质:

$$\sqrt{n}(\hat{\theta}_{GMM} - \theta) \xrightarrow{d} N(0, V)$$
$$V = (\Gamma' W \Gamma) - 1 \Gamma' W \Omega W \Gamma (\Gamma' W \Gamma) - 1$$

其中, $\Gamma = \frac{\partial}{\partial \theta} E[m(z, \theta)]$, $\Omega = E[m(z, \theta) m(z, \theta)']$ 。

而且,若取 $W = \Omega^{-1}$, $\hat{\theta}_{GMM}$ 具有最小方差 $V = (\Gamma' \Omega^{-1} \Gamma) - 1$, 即有效 GMM 估计。

GMM 方法也可用于检验矩条件 $E[m(z, \theta)] = 0$ 是否成立。即通过样本信息检验理论假设或模型的统计性质 $H_0: E[m(z_i, \theta)] = 0$, 尤其是对于 $\ell > k$ 的过度识别状态。用于检验的统计量依分布收敛于 χ^2 统计量。

$$J = J(\hat{\theta}_{GMM}) = n \bar{g}(\hat{\theta})' W \bar{g}(\hat{\theta}) \xrightarrow{d} \chi^2(\ell - k)$$

如果 $J > \chi_{\alpha}^2$, 则拒绝 H_0 , 即拒绝矩条件。

4 B-CAPM 模型的 GMM 实证估计和检验

在上述理论分析的背景下,下文实证研究 B-CAPM 模型的 GMM 估计和检验。在推进低碳经济和节能减排的现实背景下,本文选取上海证券交易所电力行业有一定代表性的股票长江电力(股票代码 600900)作为研究对象,实证估计和检验 B-CAPM 模型。长江电力股份公司是由隶属于电力工业部、三峡总公司管理的原葛洲坝水力发电厂改制建立,是电力行业的大型龙头企业。数据来源于锐思金融数据库。时间段为 2010.1.4. — 2010.9.30。样本容量 $n=168$ 。表 1 是长江电力股票日收益率的描述性统计分析表。

从表 1 可以看出,长江电力股票收益率序列是平稳但非正态的序列。

如前所述,我们首先采用极大似然估计(MLE)迭代算出 B-CAPM 模型的零贝塔期望收益 $\gamma = -0.0003817787$ 。图 1 和图 2 分别是长江电力股票的超额收益率 $R_t - \gamma$ 和市场超额收益率 $R_{mt} - \gamma$ 。

B-CAPM 估计模型为:

$$(R_t - \gamma) = \alpha + \beta(R_{mt} - \gamma) + u_t \tag{9}$$

如果采用普通最小二乘法(OLS)估计上述回归模型,得到结果表 2。

表 1 长江电力股票日收益率的描述性统计分析

最小值	中位数	均值	最大值	正态性检验		平稳性检验	
				JB 统计量	P 值	ADF 统计量	P 值
-0.0312	-0.0008	-0.0004	0.0452	20.4024	0.0000	-14.0624	0.0000

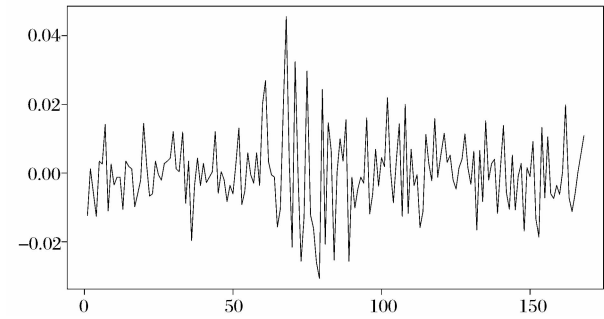


图 1 长江电力股票的超额收益

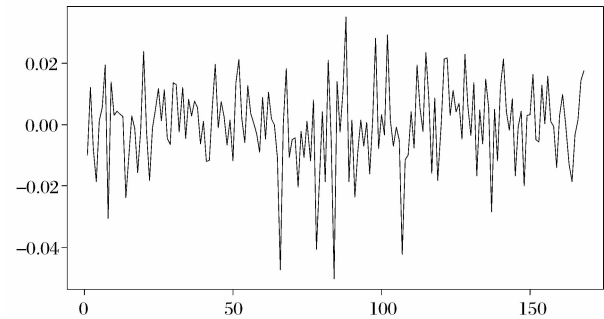


图 2 市场超额收益

表 2 长江电力股票的最小二乘估计结果

	系数估计值	标准差	t 值	p 值
截距 α	-2.57e-07	0.000727	-0.00035	0.9997
斜率 β	0.43201	0.04861	8.88664	0.0000

自由度 $df=166$; $R^2=0.322$; $\bar{R}^2=0.318$, $DW=1.8758$
 $F=78.968$, $p\text{-value}=0.000$

表 2 的估计结果表面上还不错,但需对其残差进行自相关和异方差的检验。我们采用 Ljung-Box 的 Q 统计量。Q 统计量最早由 Box 和 Pierce 于 1970 年提出,Ljung 和 Box 于 1978 年对其进行了改进,使其具有更优良的小样本性质。Ljung-Box 检验是用于检验一组时间序列是否存在自相关的统计方法,其主要特点是可检验时间序列任意间隔的数据之间的自相关性。零假设为:时间序列无滞后 h 阶的自相关(h 取任意正整数);相应的备择假设为:时间序列存在滞后 h 阶的自相关。该检验统计量通常用 $Q(h)$ 表示。其表达形式及分布为

$$Q(h) = n(n+2) \sum_{k=1}^h \frac{\hat{\rho}_k^2}{n-k} \sim \chi^2(h)$$

其中, n 是样本容量, $\hat{\rho}_k$ 是滞后 k 期的样本自相关系数, h 是检验的滞后长度。如果 $Q(h)$ 大于临界值(或 P 值小于 0.05),则拒绝零假设,即序列存在滞后 h 阶的自相关。

本文分别取滞后长度 h 为 5,10 和 15,对残差序列和残差平方序列进行自相关检验。检验结果列

于表 3。
检验结果(表 3)表明,残差序列没有自相关,但残差平方序列有自相关。图 3 的残差序列和残差平方序列的 ACF 图,也能清楚地说明这一点。

表 3 残差序列和残差平方序列的自相关检验

	Q(5)	p 值	Q(10)	p 值	Q(15)	p 值
残差	4.21	0.51	9.52	0.44	12.04	0.675
残差平方	49.01	0.000	87.60	0.000	90.97	0.000

残差平方序列存在自相关,说明了残差序列有异方差现象。那么普通最小二乘法(OLS)估计的模型参数的有效性被破坏。模型估计结果受到质疑。

现在我们采用 GMM 方法则可以解决这一问题。因为 GMM 是从矩条件或矩方程进行估计,允许异方差或序列相关。受 CAPM 的 Fama-French^[17]三因子模型的启发,我们选取由 $(R_m - \gamma)$,市值因子(SMB),账面市值比因子(HML)作为工具变量(数据来源:锐思金融数据库),应用 GMM 方法估计和检验 B-CAPM 模型。对于线性的 B-CAPM 模型(9)式,在 GMM 估计中选取 $W = (Z'Z)^{-1}$ 作为初始加权矩阵(其中 Z 是三个工具变量组成的 3 列的矩阵),运用 R 软件,经过 11 次迭代运算,便可得到有效 GMM 估计结果。B-CAPM 模型的 GMM 估计和检验结果列于表 4。

表 4 长江电力股票的 GMM 估计和检验结果

	系数估计值	标准差	t 值	p 值
截距 α	0.00017	0.00074	0.22802	0.81963
斜率 β	0.48705	0.05030	9.68224	0.00000

矩条件检验统计量 $J=1.75036$, $p\text{-value}=0.41679$,自由度 $df=2$

从表 4 可以看出,由于截距系数的 p 值等于 0.81963,应接受前文(8)式零假设 $H_0:\alpha=0$ 或者(3)式的零假设 $H_{BCAPM}:\alpha=(1-\beta)\gamma$ 。这也就是说,(1)式或(6)式所代表的 B-CAPM 理论模型得到了实证检验。另外,长江电力股票的斜率系数显著(p 值非常小), $\beta=0.48705$,即贝塔系数小于 1,说明个股风险低于系统风险。而矩条件检验统计量 $J=1.75036$ ($p=0.41679$)则说明矩条件成立,GMM 估计是有效的。

图 4 绘制了 GMM 估计的回归线与 OLS 估计的回归线的比较,实线为 GMM 估计结果,虚线是 OLS 估计。GMM 估计结果更符合实际。

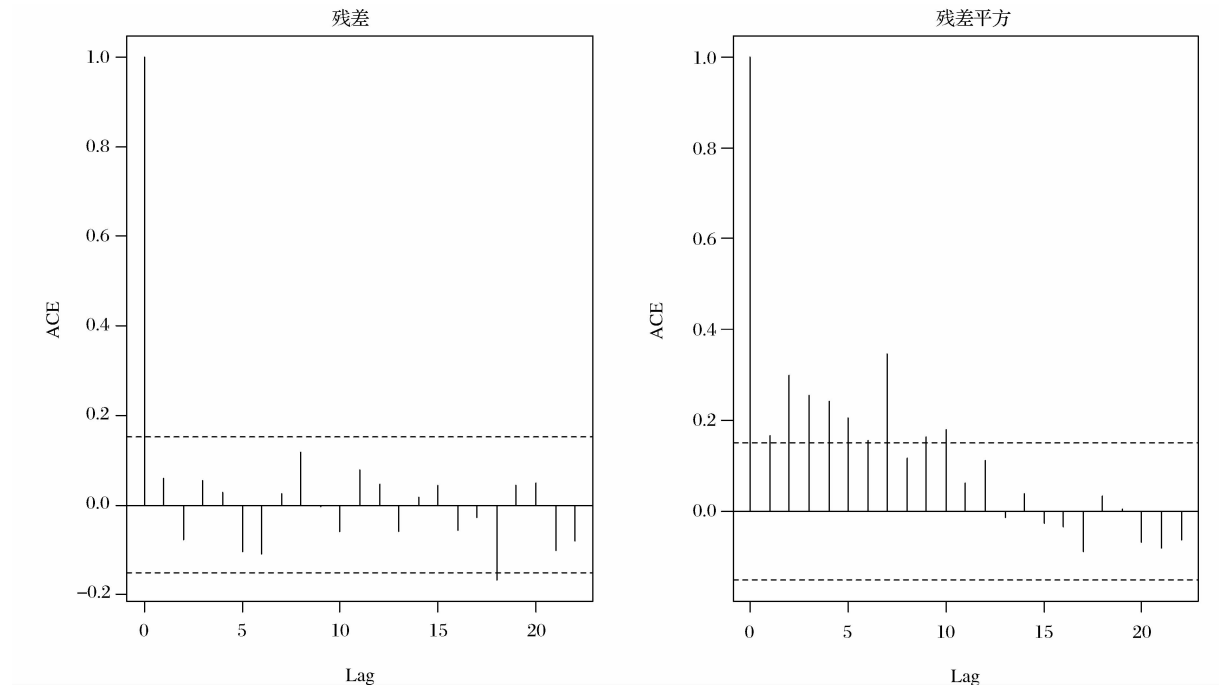


图 3 残差序列及残差平方序列的 ACF 图

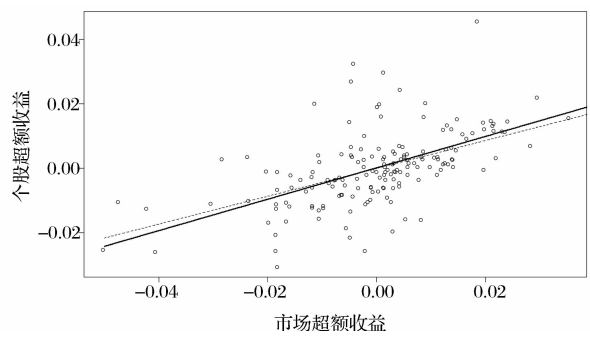


图 4 GMM 估计的回归线与 OLS 估计的回归线的比较

5 结语

B-CAPM 模型是 CAPM 模型的拓展和延伸,但通常采用极大似然估计(MLE)和最小二乘估计(OLS),以及 Wald 检验或 F 检验,需要假设资产收益率是正态分布的,众多事实表明资产收益率是尖峰厚尾的,这一假设并不符合现实资本市场。这些方法在 B-CAPM 模型中的运用受到质疑。

本文放宽独立联合正态的假设,即允许资产组合收益的分布有非正态性、异方差性、序列相关性等现象,采用不依赖于总体分布的 GMM 方法进行 B-CAPM 的估计和检验。实证研究选取电力行业具有代表性的个股长江电力进行了分析,结果表明:B-CAPM 模型是有效的,从一定意义上说,B-CAPM 模型适用于证券市场收益和风险的度量以及有效性检验,GMM 方法更符合实际。B-CAPM 模型的

GMM 估计和检验的具有理论上和应用上的优势。

参考文献:

- [1] Sharpe W. Capital asset prices; A theory of market equilibrium under conditions of risk [J]. Journal of Finance, 1964,19 (3): 425—442.
- [2] Lintner J. The valuation of risk assets and the selection of risky investments in stock portfolios and capital budgets[J]. Review of Economics and Statistics, 1965, 47 (1): 13—37.
- [3] 陈小说,孙爱军. CAPM 在中国股市的有效性检验 [J]. 北京大学学报:哲学社会科学版,2000, 37(4): 28—37.
- [4] 陈浪南,屈文洲:资本资产定价模型的实证研究 [J]. 经济研究, 2000,(4): 26—34.
- [5] 朱顺泉. 资本资产定价模型 CAPM 在中国资本市场中的实证检验 [J]. 统计与信息论坛,2010,8, 95—99.
- [6] 李 勇,倪中新,周影辉. 具有结构变化的资产定价模型的贝叶斯自回归条件异方差检验 [J]. 中国管理科学, 2010,18(2),14—18.
- [7] 陶利彬,方兆本. 对 CAPM 模型检验中独立同分布正态假设重要性的实证分析[J]. 数理统计与管理,2004,4: 58—62.
- [8] Black F. Capital market equilibrium with restricted borrowing[J]. Journal of Business, 1972, 45(3): 444—454.
- [9] 高金窑,李仲飞. 模型不确定性条件下的 Robust 投资组合有效前沿与 CAPM [J]. 中国管理科学,2010,18(6): 1—8.

[10] 约翰.坎贝尔,安德鲁.罗,艾.克雷格.麦金雷,金融市场计量经济学 [M] 上海:上海财经大学出版社,2003.

[11] Gibbons M R. Multivariate tests of financial models: A new approach [J]. Journal of Financial Economics, 1982, 10(1): 3—27.

[12] Kandel S. The likelihood ratio test statistic of mean-variance efficiency without a riskless asset[J]. Journal of Financial Economics, 1984, 13(4): 575—592.

[13] Shanken J. Testing portfolio efficiency when the zero-beta rate is unknown: A note[J]. Journal of Finance 1986, 41, 269—276.

[14] Zhou Guofu. Small sample tests of portfolio efficiency [J]. Journal of Financial Economics, 1991, 30(1): 165—191.

[15] Chou Pinhuang. Alternative tests of the zero-beta CAPM[J]. Journal of Financial Research, 2000, 23(4): 469—493.

[16] Hansen L. Large sample properties of the generalized method of moments estimators [J]. Econometrica, 1982, 50: 1029—1054.

[17] Fama E, French K. The cross-section of expected stock returns[J]. Journal of Finance, 1992, 47(6): 427—466.

GMM Estimation and Testing for B-CAPM Model

ZHANG Wei-dong, GONG Jin-guo

(School of Statistics, Southwestern University of Finance and Economics, Chengdu 610074, China)

Abstract: B-CAPM model, one of development of capital asset price model (CAPM), should be more suitable to varying capital market. In this paper, firstly, the transform and theoretical implications from CAPM to B-CAPM are analyzed. Then using MLE, the zero-beta expected return of B-CAPM is calculated. Finally the estimation and testing for B-CAPM are constructed empirically using GMM by an example. The conclusion shows that B-CAPM fits to measure the risk and return in security market and to test the efficiency of security market. GMM is a more suitable method.

Key words: CAPM; B-CAPM; GMM; estimation and testing