

文章编号:1003-207(2008)02-0110-05

一种基于曲线拟合的客户预期贡献计量方法

何伟¹,刘英姿²

- (1. 电子科技大学经济与管理学院,四川 成都 610054 ;
2. 华中科技大学管理学院,湖北 武汉 430074)

摘要:本文对客户资产中最为关键的计算因子——客户预期贡献,提出一种利用最小二乘法进行回归分析,拟合出客户预期贡献的计算函数,并将其运用到客户资产计算公式中,建立客户资产度量模型。本文还以中国建设银行某支行餐饮娱乐业固定资产贷款业务为案例,阐明了该方法的应用,并对计算出的客户资产结果进行了拟合优度检验和显著性检验。

关键词:客户资产;客户价值;客户预期贡献;最小二乘法;曲线拟合

中图分类号:C931;O221 **文献标识码:**A

1 引言

客户预期贡献是客户资产管理中的一个关键因素。目前,关于客户资产模型,已形成两种典型观点:一种观点认为客户资产是由价值资产、品牌资产、维系资产等三部分构成^[1];另一种观点则认为客户资产是获取资产与维系资产之和^[2]。国内学者南开大学范秀成教授从营销的角度对客户关系资产做了一些有意义的研究,对其决定因素,测评方法与管理等问题进行了探讨^[3]。由于对客户资产概念内涵理解的不同,以及对客户终身价值、企业运作成本细分方法的差异,客户资产计算的方法也存在较大的差异。归纳起来,目前国内外学者所提出的客户资产计算方法大致可以归为两大类:一类是根据客户资产的概念而形成的关于客户终身价值计算方法^[4];另一类是将客户资产分为获取资产和维系资产两部分进行计算^[5]。经过分析发现,现有研究存在着将客户资产构成简单化,只是将决定客户资产的因素粗略地进行归类,且存在着交叉重复和遗漏的现象。

笔者拟在本文借助曲线拟合及最小二乘法这两种数学工具对客户资产中最为关键的计算因子——客户预期贡献进行分析,为客户资产的计算提供

一种新的解决思路。

曲线拟合方法是一种非线性回归预测法,它研究的是预测对象与相关因素之间存在非线性关系时,如何根据实际观测的数据,通过统计计算确定它们之间的相互依存关系,建立合理的数学模型,对预测对象进行短期或长期预测。假设对变量 x 和 y 之间的关系感兴趣,为了研究它们之间的统计关系,需要每一个变量的一组观测值,以及有关变量之间关系的数学表达式的假设。由一组样本数据找出一条最佳的拟合直线,有一种简便易行又常用的方法,且对较大误差的惩罚必对较小误差的惩罚更大,这就是最小二乘法。最小二乘法是为了解决如何从一组测量值中寻求可信赖值的问题,由于它是以误差理论为依据的严格方法,因而被广泛应用。最小二乘法原理是:成对等精度地测得一组数据 (x_i, y_i) ,若能找到一条最佳的拟合直线,那么这条拟合直线上的各点的值与测量值的差的平方和在所有拟合直线上应是最小的。假定所研究的两个变量 x 和 y 之间存在线性关系 $y = ax + b$,在不考虑 x 的误差的前提下,由最小二乘法原理,偏差的平方和 $S(a, b)$ 为最小,即 $S(a, b) = \text{Min}\{[y_i - (ax_i + b)]^2\}$ 。由此求出的参数 a 和 b 最可靠,所得出的拟合直线是最佳的。

建立客户预期贡献度量模型要考虑客户为企业带来的收益和企业对客户投入。而所有这些成本收益都与客户生命周期阶段有内在的相关性。因此可以通过选取若干典型函数,进行曲线模拟,构造一

收稿日期:2007-05-08; 修订日期:2008-03-19

作者简介:何伟(1977-),男(汉族),湖北嘉鱼人,电子科技大学经济与管理学院讲师,研究方向:客户关系管理、营销管理。

个以客户生命周期为变量的客户预期贡献度量模型。

2 客户预期贡献曲线特征分析

客户预期贡献只包括两部分：一是客户为企业带来的总体利润，称为客户产出，用 Q_t 表示；另一个是企业对客户投入的总成本，称为企业投入，用 C_t 表示。而客户产出 Q_t 又可以拆分成客户在第 t 个时间单元与企业的交易量 V_t 、客户在第 t 个时间单元愿意支付的价格 p_t 以及客户在第 t 个时间单元给企业带来的间接收益 IB_t 。用公式表示为：

$$P_t = Q_t - C_t = (V_t \times p_t + IB_t) - C_t \quad (1)$$

下面分析这四个影响因素在不同客户生命周期阶段的变化情况

交易量：客户生命周期各阶段特征的讨论表明：考察期由于高的不确定性，客户只是试探性地地下少量订单，交易量显然很小，形成期随着双方相互信任的增加和客户承受风险能力的提高，交易量快速上升，稳定期双方交易量达到最大并可能维持一段较长的时间，退化期双方关系出现问题，交易量回落。因此，交易量考察期较小，形成期快速增加，稳定期最大，退化期回落。总之，交易量与客户关系水平成正比。

价格：客户的支付意愿随着客户关系水平的提高而不断提高。因为随着企业与客户的沟通越来越充分，相互了解不断增进，企业对客户独特需求的理解愈加深刻，因而企业为客户提供的服务和信息更具个性化、更有价值，为此客户愿意支付更高的价格。另外，由于信任导致协调、监督等成本的降低也是客户支付意愿提高的一个重要原因^[6]。在退化期由于客户往往对企业提供的价值不满意，客户的支付意愿一般是下降的。

间接收益：忠诚的客户是企业的义务广告员，他们常常为企业推荐新客户和传递好的口碑，这种途径获得的新客户为企业节约了大量的成本，企业因此获得良好的间接效益，即所谓的“口碑效应”。在形成期后期和稳定期，随着客户忠诚的形成和发展，企业可望获得良好的间接效益。

成本：包括产品成本、服务成本、营销成本和交易成本，而服务成本和交易成本随着客户关系的发展有明显下降趋势，产品成本和营销成本可认为基本不变。服务成本下降是因为，随着对客户了解的加深和服务经验的积累，服务效率不断提高。交易成本下降是因为：规模效应，即随着客户购买量的

提高，运作成本降低；随着交易过程的经常化、常规化，交易效率提高；随着信任的增加，协调、监督成本（如风险评估成本、谈判签约成本等）降低；随着关系的发展，沟通效率提高，沟通成本降低。总体来说，随着客户关系水平的提高，企业的成本降低。

综上所述，四个因素的变化趋势为：随着客户生命周期阶段的发展，交易量不断增加，客户支付意愿不断提高，间接效益不断扩大，当进入退化期后三者开始回落，成本则是不断下降。

结合式 (1) 可以得到典型的客户产出和客户预期贡献曲线，如图 1，曲线 I 和 II 分别描述了客户产出 Q_t 和客户预期贡献 P_t 的变化趋势。 Q_t 和 P_t 具有类似的阶段特征：在考察期总体很小且上升缓慢，形成期以较快速度增长，稳定期继续增长但增速减慢，退化期快速下降，两条曲线均呈倒“U”形^[7]。

但曲线 I 和曲线 II 有两点不同：客户产出在形成期后期就接近最大值，稳定期在最大值附近保持，但客户预期贡献在稳定期仍持续攀升，直到稳定期后期才达到最大值。这是由于在产出达到最大时，价格提升、成本降低和间接收益对预期贡献产生的效应并没有达到最大，它们对预期贡献的正效应一直要延续到稳定期后期，其中“口碑效应”甚至要延续到退化期。在退化期客户预期贡献回落的速度低于客户产出的回落速度。

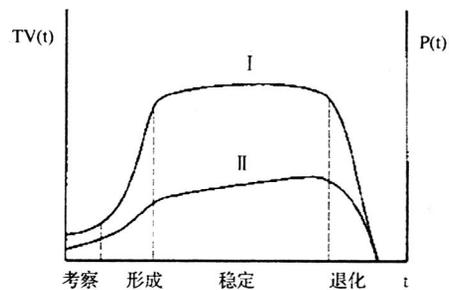


图 1 客户预期贡献曲线

3 曲线拟合方程的建立

通过对上述前几个因素变化特征的分析，可以初步形成这样一个判断：客户预期贡献在考察期总体很小且上升缓慢，形成期以较快速度增长，稳定期继续增长但增速减慢，退化期快速下降。因此曲线的前面一段是上凹函数，后面一段是下凹函数，且曲线并非对称，那么该曲线必须分段进行拟合。

3.1 考察期、形成期及稳定期的曲线拟合

学者乔向明研究了利用多种数学模型拟合某一时间序列数据的方法，包括指数曲线、对数曲线、第

一、二、三类双曲线、s 曲线、Gompertz 曲线、Logisti 曲线等,发现 Gompertz 曲线是拟合时间序列数据的最好曲线^[8]。学者刘爱国也用 Gompertz 曲线拟合出了产品经济生命周期的函数模型^[9]。基于上述研究,结合曲线的特征分析,并观察曲线发现,在考察期、形成期和稳定期,曲线形状接近 Gompertz 曲线,因此本文采用 Gompertz 函数来拟合考察期、形成期和稳定期一段的曲线。Gompertz 增长曲线是 s 曲线的一种,其函数表达式为:

$$y = M \exp(-ae^{bt}) \tag{2}$$

其中: M 、 a 、 b 均为大于零的参数, t 为时间变量, y 为客户预期贡献。

对式(2)进行参数变换,将其转化为线性方程,具体方法如下:

$$\text{令: } Y = \ln[-\ln(y/M)]$$

$$T = -t$$

$$A = \ln a$$

则式(2)转化为:

$$Y = A + bT \tag{3}$$

由式(2)可以看出,当 $t \rightarrow \infty$ 时, $y \rightarrow M$, 因此 $y = M$ 是该函数的渐近线,那么利用原始数据可以估计出 M 的值。用 Y_i 表示相对应于原始数据 T_i 的 Y_i 的拟合值,即:

$$Y_i = A + bT_i \tag{4}$$

根据最小二乘法的原理,为使拟合达到最优,必须实际值与拟合值之间的误差平方和到达最小,即下式达到最小:

$$S = \sum_{i=1}^n (Y_i - Y_i)^2 = \sum_{i=1}^n (Y_i - A - bT_i)^2 \tag{5}$$

为求极小,对式(5)求关于 A 、 b 的偏导数,令这些偏导方程等于零,且在方程两边同时除以 -2 ,并加以整理得到正规方程组:

$$\sum_{i=1}^n Y_i = nA + b \sum_{i=1}^n T_i \tag{6}$$

$$\sum_{i=1}^n T_i Y_i = A \sum_{i=1}^n T_i + b \sum_{i=1}^n T_i^2 \tag{7}$$

对上述方程组求解,可以得到 A 和 b :

$$b = \frac{\sum_{i=1}^n T_i Y_i - \frac{\sum_{i=1}^n T_i \sum_{i=1}^n Y_i}{n}}{\sum_{i=1}^n T_i^2 - \frac{(\sum_{i=1}^n T_i)^2}{n}} \tag{8}$$

$$A = \frac{\sum_{i=1}^n Y_i - b \sum_{i=1}^n T_i}{n} \tag{9}$$

把原始数据 (t_i, y_i) 转换成 (T_i, Y_i) , 代入到式

(8)、式(9)。可算出 A 、 b 的参数估计值,再通过前面的参数转换,从而可得到 a 的参数估计值。将 a 、 b 、 M 的估计值代入式(2)就能得出考察期、形成期和稳定期的曲线拟合方程。

3.2 退化期的曲线拟合

客户预期贡献曲线在退化期阶段呈快速下降趋势,经观察分析,可采用开口向下的二次函数进行拟合,取函数的右半部分。二次曲线的函数表达式为:

$$y = at^2 + bt + c \tag{10}$$

其中: a 、 b 、 c 为参数, $a < 0$, t 为时间变量, y 为客户预期贡献。

为使拟合达到最佳效果,根据最小二乘法原理,研究使误差的平方和到最小的参数 a 、 b 、 c

$$S = \sum_{i=1}^n (at_i^2 + bt_i + c - y_i)^2 \tag{11}$$

将式(11)分别对 a 、 b 、 c 求偏导,并令其等于零,然后整理后得到方程组:

整理方程组,得:

$$a \sum_{i=1}^n t_i^4 + b \sum_{i=1}^n t_i^3 + c \sum_{i=1}^n t_i^2 = \sum_{i=1}^n t_i^2 y_i \tag{12}$$

$$a \sum_{i=1}^n t_i^3 + b \sum_{i=1}^n t_i^2 + c \sum_{i=1}^n t_i = \sum_{i=1}^n t_i y_i \tag{13}$$

$$a \sum_{i=1}^n t_i^2 + b \sum_{i=1}^n t_i + nc = \sum_{i=1}^n y_i \tag{14}$$

根据已知的数据 (t_i, y_i) 代入到式(12)、(13)、(14)中去,利用加减消元法,可算出参数 a 、 b 、 c 的估计值。然后代回到式(10)中,即可得到客户预期贡献在退化期的拟合曲线模型。

综上所述,客户生命周期内的客户预期贡献计量模型为:

$$\text{当 } 0 < t < \text{稳定期时, } y = M \exp(-ae^{bt})$$

$$\text{当稳定期 } t < \text{退化期时, } y = at^2 + bt + c$$

客户资产的度量模型为:

$$CE = \sum_{t=0}^m M \exp(-a_0 e^{-b_0 t}) \times (1+i)^{-t} +$$

$$\sum_{i=m+1}^n (at^2 + bt + c) \times (1+i)^{-t}$$

4 实证研究

为了验证前述曲线拟合方法的可行性,现以中国建设银行湖北省分行某支行固定资产贷款业务的数据为例,对客户预期贡献进行拟合。本次调研选取了 1989 年 - 2002 年该支行固定资产中餐饮娱乐业的贷款数据,出于两方面的考虑:一是该支行在餐饮娱乐业固定资产贷款业务方面的数据比较全面,

作为研究样本精度较高;另一方面从行业角度考虑,餐饮娱乐业的生命周期较长,可以充分体现出客户预期贡献曲线的特征。

将贷款利息与存款利息之差作为企业利润,看作客户产出;信贷员拉存款跑贷款的业务费和管理费可视为企业投入(本文将信贷部账面上的管理费用诚意一定比例,得到花费在餐饮娱乐业固定资产贷款业务的管理费)。如表 1 所示:

表 1 客户贡献计算表(单位:万元)

年份	1989	1990	1991	1992	1993
客户产出	4.50	9.53	18.17	33.67	54.43
企业投入	4.00	3.30	2.70	2.20	1.80
客户贡献	0.50	6.23	15.47	31.47	52.63
年份	1994	1995	1996	1997	1998
客户产出	84.22	114.33	131.61	141.45	142.19
企业投入	1.50	1.30	1.20	1.15	1.11
客户贡献	82.72	113.03	130.41	140.30	141.08
年份	1999	2000	2001	2002	
客户产出	142.27	121.99	82.90	29.66	
企业投入	1.08	1.06	1.05	1.05	
客户贡献	141.19	120.93	81.85	28.61	

由以上数据可以发现,1989、1990、1991 年属于考察期,1992 - 1996 年属于形成期,1997 - 1999 年属于稳定期,客户贡献在第 10 年,即 1999 年达到最大后迅速下降,根据此情况,可以分成[0,10]和[10,13]两个区间进行分段曲线拟合。

我们由前面所得出的计算公式,将调研的实际数据代入计算,得到以下计量模型:

在考察期、形成期和稳定期的客户贡献为: $y = 142 \exp(-10.54867e^{-0.746t})$

在退化期的客户预期贡献为: $y = -8.245t^2 + 151.953t - 553.607$

综上,中国建设银行湖北省分行某支行固定资产贷款业务餐饮娱乐业客户的客户资产度量模型为:

$$CE = \sum_{t=0}^{m-1} 142 \cdot \exp(-10.54867e^{-0.746t}) \times (1+i)^{-t} + \sum_{t=m}^n (-8.245t^2 + 151.953t - 553.607) \times (1+i)^{-t}$$

其中 m 为退化期的开始年限。

4.1 考察期、形成期和稳定期的误差分析

A、拟合优度评价

所谓拟合优度是指样本观测值聚集在样本回归贡献周围的紧密程度。判定系数为估计的回归方程提供了一个拟合优度的度量,该指标是建立在对总离差平方和进行分解的基础之上的。判定系数 r^2 的

计算公式为 $r^2 = SSR/SST = \sum (Y_i - \bar{Y})^2 / \sum (Y_i - \bar{Y})^2$ 比值将在 0 和 1 之间,判定系数越大,模拟拟合程度越高;判定系数越小,则模型对样本的拟合优度越差。

由前面数据可以计算得到: $\bar{Y} = -15.10906/11 = -1.373551$

代入公式计算得到: $r^2 = 61.21676/64.55847 = 0.948238$

说明该回归方程很好的拟合了真实数据。

B、显著性检验

回归分析中的显著性检验包括两方面的内容:一是对各回归系数的显著性检验;二是对整个回归方程的显著性检验。对于前者通常采用 t 检验,而对于后者则是在方差分析的基础上采用 F 检验。在一元线性回归模型中,由于只有一个自变量,对一次项系数的 t 检验与对整个方程的 F 检验是等价的。

设均方误差为 MSE ,用 S^2 表示,则

$$S^2 = MSE = \frac{\sum (Y_i - \hat{Y}_i)^2}{n - 2} = 3.349459 / (11 - 2) = 0.372162$$

一次性系数 b 的估计标准差为:

$$S_b = S / \sqrt{\sum T_i^2 - \frac{1}{n} (\sum T_i)^2} = 0.058166$$

检验的统计量 t 则为: $t = b/S_b = 0.746/0.058166 = 12.82536$

从 t 分布表中,查出 $\alpha = 0.01$,自由度为 $n - 2 = 11 - 2 = 9$ 的 t 分布的双侧分位数是 $t_{0.005} = 3.250$ 。因为 $12.82536 > 3.250$,所以拒绝一次项系数为 0 的假设,并且认为在显著性水平 $\alpha = 0.01$ 下, b 显著不等于 0。这就是说, T 和 Y 之间存在一个显著的关系。

4.2 退化期的误差分析

在退化期的客户预期贡献回归方程是一个一元二次多项式,在统计学中,对一元二次回归方程的检验方法是将其转化为多元线性方程,因此令: $t^2 = t_1, t = t_2$,则客户预期贡献的回归方程变为: $y = -8.245t_1 + 151.953t_2 - 553.607$

A、拟合优度检验:

按照前述计算公式可以得到 $R^2 = 7371.586/7372.672 = 0.999853$

由于增加自变量将影响到因变量中被估计的回归方程所解释的变异性的数量,为了避免高估这一影响,许多分析学家提出用自变量的数目去修正 R^2 的值。用 N 表示样本值的数目, P 表示自变量的数

目,修正多元判定系数的计算公式如下:

$$R^2 = 1 - (1 - R^2) \times \frac{n - 1}{n - p - 1}$$

$$= 1 - (1 - 0.999853) \times (4 - 1) / (4 - 2 - 1)$$

$$= 0.999558$$

即修正后的判定系数为 0.999558,表明回归方程拟合拟合优度好。

B、显著性检验

对于多元回归关系进行显著性检验一般采取 *F* 检验来确定在因变量和所有自变量之间是否存在一个显著性关系。在多元回归情形下,总的平方和有 *n - 1* 个自由度,回归平方和 (*SSR*) 有 *p* 个自由度,误差平方和有 *n - p - 1* 个自由度。因此回归的均方 (*MSR*) 是 *SSR/p*,误差的均方 (*MSE*) 是 *SS E/(n - p - 1)*,即:

$$MSR = SSR/p$$

$$= 7373.586 \div 2 = 3685.793$$

$$MSE = SS E/(n - p - 1)$$

$$= 1.08578 \div (4 - 2 - 1) = 1.08578$$

$$F = MSR/MSE$$

$$= 3685.793 \div 1.08578 = 3394.604$$

对于显著性水平 $\alpha = 0.025$,从 *F* 分布表中可以查到,分子自由度为 2,分母自由度为 1 的 *F* 分布上侧分位数 $F_{0.025} = 799.5$ 。因为 $3394.604 > 799.5$,所以客户贡献与时间之间存在着一个显著的关系。

5 结语

本文对客户预期贡献的计算方法从一个较新的角度作出了探讨。通过实证中对拟合出的计算函数进行显著性及拟合优度检验,能够得到较为满意的结果,证明了是一种行之有效的办法。当然值得注意的是,用曲线拟合方法进行预测分析,其目的是希望能较好地拟合数据的变化趋势。但由于实际上预

测对象要受到多种因素的影响,这种方法只能是一种近似的预测工具。在预测时,应当注意收集新的资料 and 情报,同时借助于预测者的主观判断能力对模型和预测值进行评价和修正。另外,客户生命周期不一定是经历四个阶段,其间客户预期贡献的曲线也不一定是标准正常的曲线。还有的客户预期贡献的变化是循环的,因为决定客户预期贡献增长和下降的因素很多。因此本文旨在探讨一种度量方法,文中给出的模型不是一成不变的,应根据实际情况予以校正。

参考文献:

[1] Lemon K. N., Rust R. T., Zeithaml V. A.. What Drives Customer Equity [J]. Marketing Management, 2001,10(Spring): 20 - 25.

[2] Blattberg R. C., Getz G., Jacquelyn S. T. Customer Equity: Building and Managing Relationships as Valuable Assets [M]. Boston: Harvard Business School Press, 2001:35 - 38

[3] 武永红,范秀成. 基于顾客价值的企业竞争力整合模型研究[J]. 中国软科学,2004,11:86 - 92

[4] Blattberg R. C., Deighton J. Manage Marketing by the Customer Equity Test [J]. Harvard Business Review, 1996,74 (July - August): 136 - 144

[5] Wayland R. E., Cole P. M. Customer Connections: New Strategies for Growth [M]. Boston: Harvard Business School Press, 1997:57 - 62

[6] Hogan J. E., Lemon K. N., Rust R. R. Customer Equity Management: Charting Future Directions for Marketing [J]. Journal of Service Research, 2002, 5 (August): 4 - 12

[7] 陈明亮. 客户生命周期模式研究[J]. 浙江大学学报, 2002,6(32):66 - 72

[8] 乔向明. 曲线拟合方法的研究[J]. 山东交通科技,1999, 1:75 - 78

[9] 刘爱国. 产品经济寿命曲线及其拟合[J]. 乡镇经济研究,1997,5:31 - 33

A Calculation Method on Customer Prospective Profit Basedon Curve Fitting

HE wei¹, LIU ying-zi²

(1. School of Management and Economics, University of Electronic Science and Technology of China, Chengdu 510064, China
2. Management School, Huazhong University of Science & Technology, Wuhan 430074, China)

Abstract : The thesis builds a new method that the least squares method is used for regression analysis on curve fitting of customer prospective profit which is the key factor in the calculation, and the customer prospective profit function is reached. To give a detailed demonstration, the thesis takes the China Construction Bank as an example and does the goodness of fit test and level of significance test on the calculation results.

Key words : customer equity; customer value; customer prospective profit, least squares method; curve fitting