

应用解释性结构模型建立 评价指标体系的递阶结构^①

柴小青

(华北工学院系统工程研究所 太原 030051)

摘要 本文分析了建立评价指标体系递阶结构的过程, 指出一过程可以转化为网络图的分解问题, 以此为出发点, 提出了运用解释性结构模型构造指标体系递阶结构的思想并给出了算法, 通过示例说明了方法的应用。

关键词 指标体系, 层次结构, 网络分析

0 引言

制定评价指标体系是系统评价的基础, 它由评价指标集的识别和指标体系递阶结构的建立两部分组成。为了使评价指标体系全面反映出所评系统的特性, 尽可能地作到科学、合理, 且符合实际情况, 指标体系的建立一般要借助专家知识和经验来完成。对比较简单的评价问题, 专家根据被评系统目标和特点确定评价指标并给出评价指标的递阶结构并不困难。但是, 当被评系统元素多, 关系复杂的情况下, 专家的能力和知识所能提供的自我支持往往不能满足建立指标体系的需要, 特别在构造指标体系的递阶结构时更是如此。因而有必要引入适当的辅助手段和方法帮助专家完成指标体系建立工作。基于以上观点, 本文在分析指标体系递阶结构形成机理的基础上, 提出了构造指标体系递阶结构的网络分析方法。

1 问题的描述

借鉴文献〔1〕对评价指标体系递阶结构描述的思想, 指标体系递阶结构可以定义为一个由指标为结点, 指标间关系为弧组成的有序树 T 。树中包含一个处于最上层的结点, 称为该树的根结点, 对应评价指标体系的最高层指标。除根以外的其余结点分成 $P \geq 0$ 个不相交的子集 T_1, T_2, \dots, T_P , 称为这个根的子树。这是递归的定义, 即用树来定义树。一个结点拥有子树的个数, 称为该结点的度, 当结点的度不为 0 且不是最上层结点时, 该结点对应指标体系的中间层指标。度等于 0 的结点称为叶结点, 对应指标体系的最上层指标。递阶结构的一般形式如下图所示

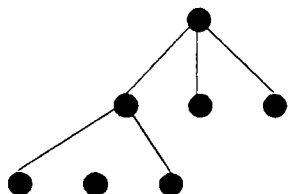


图1 描述指标体系递结构的树形图

评价指标集的筛选是一个逐步加深对被评系统认识的过程, 随着评价指标集的不断完善, 在专家头脑中形成一个模糊的指标体系框架, 我们称其为专家的意识模型。由于此框架是以两两指标间有无关系判断为基础的, 当被评系统关系复杂, 指标集较大的情况下, 仅依靠专家个人的能力难以给出一个完整的、能全面反映被评系统本质特征

^① 本文 1997 年 7 月 28 日收到。

的评价指标递阶结构。显然, 专家的意识模型是建立递阶结构的基础, 而要获得如图 1 所示的递阶结构则需对专家的意识模型进行抽象, 并且进行系统化使之以清晰直观的形式表述出来, 这正是本文研究的主要目的。

图论已被广泛运用于系统分析中, 尤其在获取复杂系统的结构方面取得了长足的进展, 并形成了利用人的经验、知识以及计算机的帮助构造多级递阶结构模型的方法——解释性结构模型 (Interpretative Structural Modeling) ISM。其优点在于可以采用图形或用矩阵方式描述系统的结构, 并且在此基础上引入可达矩阵、邻接矩阵、有向图及网络划分的概念, 获得系统的递阶结构。有鉴于此, 我们可以将 ISM 原理用于建立指标体系的递阶结构, 将指标体系结构的建立转化为对专家“意识模型”的抽象、加工进而得到递阶结构的过程。其基本步骤划分为两个阶段, 第一阶段是获取专家的“意识模型”, 即请专家依据对被评价系统指标集中各元素之间相互关系的了解, 回答所有或大部分元素间是否可达的问题, 有时需经过反复讨论形成一致的看法, 并且指标自相关矩阵表示; 第二步是在自相关矩阵基础上运用网络图分析技术获取递阶结构, 即首先将自相关矩阵转化为可达矩阵, 其次对可达矩阵进行级别划分并得到指标体系的正则可可达矩阵, 再次将可达矩阵化为最小边邻接矩阵形式并得到由指标集 N 为结点, 以指标间关系集为有向弧表示的有向图 $G=(N, S)$, 最后将网络图转化为有序评价树, 即指标体系的递阶结构。

综上所述, 这一过程可由下图描述:

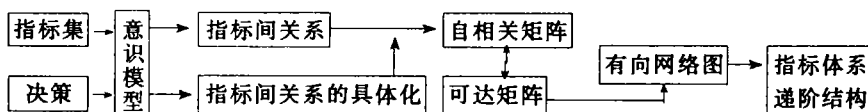


图2 建立指标体系结构的原理图

2 可达矩阵的获取

设评价指标体系由 n 个指标组成, $E=\{e_1, e_2, \dots, e_n\}$, 各评价指标间必存在一定的关系, 对任意的指标 e_i 除对其本身有关外, 还与其它 $n-1$ 个指标有关系, 其与其它指标的关系必取下述三种情况之一:

- (1) e_i 将产生影响的指标, 称这些指标为“上层指标集”, 记作 $U(e_i)$
- (2) 对 e_i 产生影响的指标, 称这些指标为“下层指标集”, 记作 $D(e_i)$
- (3) 与 e_i 无关的指标, 称为“无关指标集”, 记作 $N(e_i)$

为此, 引入指标自相关矩阵对指标间关系进行标定。假定指标 e_i 对 e_j 仅存在单向关系, 为此, 引入指标自相关矩阵对指标间关系进行标定。假定指标 e_i 对 e_j 仅存在单向关系, $i \neq j$, 用符号 V 表示上面元素对下面元素存在的关系, 用符号 A 表示下面元素对上面元素的关系, 若元素间不存在关系, 则用 0 表示。通过对自相关矩阵进行转换即可得到可达矩阵, 其转换规则为

(1) 当自相关矩阵中元素 (i, j) 的值为 0, 则在可达矩阵中 (i, j) 和 (j, i) 元素的值均为 0。

(2) 当自相关矩阵中元素 (i, j) 的值为 V , 则在可达矩阵中 (i, j) 的值为同 1, (j, i) 元素的值为 0。

(3) 当自相关矩阵中元素 (i, j) 的值为 A , 则在可达矩阵中 (i, j) 的值为 0, (j, i) 元素的值为 1。

与自相关矩阵对应可达矩阵可表示为 $M = \{m_{ij}\}_{n \times n}$, 其中

$$m_{ij} = \begin{cases} 1 & e_i \text{ 可达 } e_j \\ 0 & e_i \text{ 不可达 } e_j \end{cases}$$

若 $m_{ij}=1$ 记作 $e_i \rightarrow e_j$, 反之 $m_{ij}=0$, 则记作 $e_i \not\rightarrow e_j$, 不失一般性, 设 $e_1 \rightarrow e_i$, 因此有 $m_{i1}=1, i=1, \dots, n$. 下面是一个自相关矩阵及对应的可达矩阵例子:

A	A	A	e_1
A	0		e_2
A		e_3	
			e_4

指标自相关矩阵

	e_1	e_2	e_3	e_4
e_1	1	0	0	0
e_2	1	1	0	0
e_3	1	0	1	0
e_4	1	1	1	2

指标体系的可达矩阵

3 建立指标体系递阶结构

3.1 可达矩阵的划分

为了对可达矩阵进行级别划分, 选给出指标可达集和前因集的定义如下:

定义 1 对每一个指标 e_i , 把 e_i 可达的元素汇集成的集合, 称为可达集

$$R(e_i) = \{e_j | m_{ij} = 1, j = 1, \dots, n\} \quad i = 1, \dots, n$$

定义 2 所有可能达到 e_i 元素汇集成的集合, 称为 e_i 的前因集

$$A(e_i) = \{e_j | m_{ji} = 1, j = 1, \dots, n\} \quad i = 1, \dots, n$$

由定义 1, 定义 2 及 $m_{ii}=1, i=1, \dots, n$ 易知 $e_i \in A(e_i)$ 且 $e_i \in R(e_i)$ 且 $e_i \in R(e_i)$ 因此

$$A(e_i) \cap R(e_i) \neq \Phi$$

对多级结构的情形, 基最上一级没有更高级别可达, 所以 $R(e_i)$ 中只能包括其本身和与它同级的某些元素。最上级的单元的前因集 $A(e_i)$ 则包括其自己, 则 $A(e_i)$ 与 $R(e_i)$ 的交集对最上一级单元来说 $R(e_i)$ 一样。因而可得指标为最上级元素的条件

$$R(e_i) = A(e_i) \cap R(e_i)$$

依据上述定义和最高级元素的条件, 级别划分的过程为: 道先找出矩阵中的最高级元素, 得最上级元素后, 暂时将该元素去掉, 再重复上述处法, 求次一级的元素, 则可把指标别划分开来。用 P_1, \dots, P_k 表示从上到下的各级, 则有 $\pi = \{P_1, \dots, P_k\}$ 。为了表达方便起见, 引入 P_0 表示虚拟的第零级, $P_0 = \Phi$, 则各级元素的迭代求法可由递归算法表示:

$$P_j = \{e_i \in E - P_0 - P_1, \dots, P_{j-1} | R_{j-1}(e_i) = R_{j-1}(e_i) \cap A_{j-1}(e_i)\}$$

$R_{j-1}(e_i)$ 和 $A_{j-1}(e_i)$ 分别表示从 $(E - P_0 - P_1, \dots, P_{j-1})$ 子集中求得的 e_i 的可达集和前因集。经级别划分后, 将可达矩阵按级别排列并转换成下三角可达矩阵。

3.2 最小边邻接矩阵和网络图

为了得到指标体系的递阶结构, 还需将可达矩阵化为最小边邻接矩阵。设可达矩阵的元素为 m_{ij} 。化简的第一步是将可达矩阵对角线的元素的值变为 0, 然后从第一行开始逐行在下三角可达矩阵中搜索值为 1 的元素 m_{ij} , 当找到值为 1 的元素 m_{ij} 后, 则在相应的 i 列中寻找值为 1 的元素。对于所有的 $k \geq i$ 且值为 1 的元素 m_{kj} , 使 m_{kj} 的值为 0。反复进行这一过程直到获得最小相邻矩

阵, 并据此绘出网络图。

3.3 指标体系的递阶结构

按最小邻接矩阵绘制的一般是有向网络图, 而不是树形结构, 因此还需将其转换为树形结构。

(1) 找出可达集 $R(e_i) \neq 1$ 的元素, 这说明其影响的指标数超过 1, 亦即其父母不唯一, 此时应对可达集元素进行分析, 只保留一个影响最大的元素作为 e_i 的可达集, 将 e_i 与其余的元素间的关系删去。

(2) 找出具有链式结构的指标子集, 即对度为 0 的叶结点 e_i , 由该指标向上搜索, 若包括其本身层数在于 2, 且其每一上层 (直接的或是间接的) 的指标结点的度都是 1, 则说明该指标链重复, 应删除链中的相应指标, 使层数为 2。

4 示 例

设某系统评价问题, 其评价指标集为 $E = \{e_1, e_2, e_3, e_4, e_5, e_6, e_7\}$ 。指标的自相关矩阵如下:

A	A	A	A	A	A	e_1
A	A	A	A	0		
0	0	0	A	e_2		
V	V	V	e_4			
0	0	e_3				
0	e_6					
						e_7

按前述方法得可达矩阵, 下三角可达矩阵及最小边相邻矩阵为如下

$e_1, e_2, e_3, e_4, e_5, e_6, e_7$	$e_1, e_2, e_3, e_5, e_6, e_7, e_4$	$e_1, e_2, e_3, e_5, e_6, e_7, e_4$
$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 & 0 \end{bmatrix}$

依最小邻接矩阵得指标的有部网络图和指标体系的递阶结构如图 3, 图 4 所示。

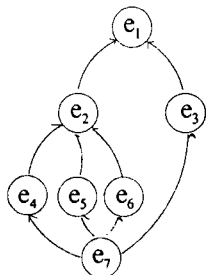


图 3 指标体系有向网络图

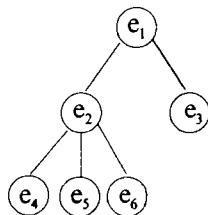


图 4 指标体系递阶结构图

5 结束语

本文提出的构造指标体系递阶结构的方法,其特点在于可使建模者充分表达自己的观点,通过多次反复论证,起到对专家意识模型条理化、清晰化的作用。本方法为在计算机上进行指标体系递阶结构的建立提供了新的思路,奠定了技术基础,可以有效的提高获取指标体系递阶结构的效率和质量。

参考文献

- (1) 王宗军. 面向复杂对象系统的多人多层次多目标综合评价问题的形式化研究. 系统工程学报, 1996 (1):1-9
- (2) 徐一飞. 周斯富. 《系统工程应用手册》. 煤炭工业出版社, 1991
- (3) 王众乇. 《系统工程引论》. 电子工业出版社, 1984
- (4) 卢开澄. 《图论及其应用》. 清华大学出版社, 1981
- (5) 王广芳等. 《数据结构》. 湖南科技出版社, 1983

A Method of Acquiring Hierarchical Structure of Index System Based on Interpretative Structural Modeling

Chai Xioqing

(Institute of Systems Engineering, North China Institute of Technology, Taiyuan)

Abstract In this paper, the process to acquire hierarchical structure of evaluation index system is analysed, and the process can be transformed into network analysis problem. Based on the above-mentioned viewpoint, the idea of using ISM (Interpretative Structural Modeling) to construction of index hierarchical structure is proposed, the algorithm used for dividing index system into hierarchical structure is designed. The effectiveness of the network analysis method is further illustrated in application.

Key Words Index system, Hierarchical structure, Network analysis