

文章编号:1003-207(2011)06-0015-10

# 基于双曲线记忆 HYGARCH 模型的动态风险 VaR 测度能力研究

林 宇

(成都理工大学商学院,四川 成都 610059)

**摘 要:**本文针对金融市场的典型事实特征,运用自回归分数移动平均(Fractional Integrated Autoregressive Moving Average, ARFIMA)模型与双曲线记忆广义自回归条件异方差模型(Hyperbolic Memory Generalized Autoregressive Conditional Heteroscedasticity, HYGARCH)模型、分数协整非对称自回归条件异方差(Fractional Integrated Asymmetric Power Autoregressive Conditional Heteroscedasticity, FIAPARCH)模型和分数协整指数广义自回归条件异方差(Fractional Integrated Exponential Generalized Autoregressive Conditional Heteroscedasticity, FIEGARCH)模型结合,并运用有偏学生  $t$  分布(Skew Student  $t$  Distribution, SKST)来捕获金融收益分布形态,以此开展动态风险测度研究,进而运用返回测试(Back-Testing)中的似然比率测试(Likelihood Ratio Test, LRT)和动态分位数回归(Dynamic Quantile Regression, DQR)方法对风险模型的准确性与精度进行联合检验。通过实证研究,得到了一些非常有价值的实证结论:ARFIMA(1,  $d$ , 1)-FIAPARCH(1,  $d$ , 1)-SKST 模型与 ARFIMA(1,  $d$ , 1)-HYGARCH(1,  $d$ , 1)-SKST 模型均表现出卓越的风险测度能力,但没有绝对优劣之分;ARFIMA(1,  $d$ , 1)-FIEGARCH(1,  $d$ , 1)-SKST 模型在成熟市场的表现能力差强人意;本文引入的所有风险模型在中国大陆沪、深股市表现优越且没有实质性差异。

**关键词:**金融市场;典型事实;HYGARCH;动态风险;测度

中图分类号:F830

文献标识码:A

## 1 引言

近年来,全球金融市场又发生了一系列重大风险事件(Risk Events)或称危机事件(Crisis Events),如:1997 年的亚洲金融危机、2007 年的美国次贷危机转化为全球性“经济危机”以及最近发生的迪拜财务危机事件,等等。所有这些事实,又一次证明了:维护金融经济安全,推动经济的发展,促进社会和谐稳定,必须强化金融风险管理。

金融市场风险管理是金融市场建设的重点之

一,而有效进行金融风险管理的一个关键又在于对金融市场条件收益分布(Conditional Return Distribution)及其条件波动(Conditional Volatility)结构有准确可靠的描述。长期以来,金融风险管理都是以“有效市场假说”(Efficient Market Hypothesis, EMH)理论为基石的主流金融理论展开的,都是基于 EMH 假设金融资产收益服从正态/高斯分布(Normal Distribution/Gauss Distribution),然后根据金融收益分布的特征来测度(Measure)金融市场的风险价值指标(Value at Risk, VaR)<sup>[1-2]</sup>。

但需要指出的是,自 20 世纪 70 年代以来,科学技术的飞速发展推动了金融计量与实验技术不断创新,尤其是计算机模拟技术与计算能力的大幅提高,为取得丰硕的实证研究成果提供了强有力的技术支撑。大量的实证结果表明,金融市场不断涌现出诸多无法为 EMH 所解释的“典型事实”(Stylized Facts)特征,比如说,金融资产条件收益率往往呈现出“尖峰胖尾”(Leptokurtic and Fated Tail)和“有偏”(Skewed)胖尾(Fated Tail)分布形态以及金融资产价格波动率的长记忆性(Long Memory)、非对

收稿日期:2010-03-15;修订日期:2011-11-09

基金项目:国家自然科学基金资助项目(71171025, 71071131, 70771097);教育部“新世纪优秀人才支持计划”(NCET-08-0826);成都理工大学高层次人才科研启动基金(HJ0038);教育部人文社会科学研究青年基金(10YJCZH086);成都理工大学优秀创新团队培育计划项目(2010TD01)

作者简介:林宇(1973-),男(汉族),四川仪陇人,成都市成都理工大学商学院副教授,博士,研究方向:金融风险管理、金融工程。

称(Asymmetry)以及异方差性(Heteroscedasticity)等特征,所有这些典型事实特征既不能为 EMH 所解释,又都很可能普遍存在于不同国家和不同类型的市场当中<sup>[2-6]</sup>。

由于金融市场不断涌现出的非对称结构和长记忆特征在金融风险管理中表现出极其重要的研究价值,从而导致金融时间序列的长记忆性与非对称结构特征成为实证研究的焦点<sup>[3]</sup>。如果仍然按 EMH 下对称的正态分布(Standard Normal Distribution, SN)、学生 t 分布(Student t Distribution, ST)来对金融收益分布建模,势必会低估金融市场风险(Underestimate Financial Markets Risk),使投资者蒙受损失,于金融市场的健康发展极为不利。因此,本文采用比 ST 分布更能刻画金融收益的有偏学生 t 分布(Skew Student t Distribution, SKST)(Giot and Laurent, 1995)<sup>[7]</sup>来对金融收益有偏胖尾的分布形态特征进行建模分析。

在金融资产价格收益条件波动率的“典型事实”建模分析上,Bollerslev(1986)<sup>[8]</sup>提出了刻画金融收益条件波动率异方差(Heteroscedasticity)特征的广义自回归条件异方差(Generalized Autoregressive Conditional Heteroscedasticity, GARCH)模型;但 GARCH 模型对金融收益条件波动率所呈现出的波动的长记忆性特征无法进行有效描述,于是,Baillie 和 Bollerslev 等(1996)<sup>[9]</sup>提出运用分数协整广义自回归条件异方差模型(Fractional Integrated Generalized Autoregressive Conditional Heteroscedasticity, FIGARCH)模型对金融收益条件波动率长记忆性、异方差特征进行建模。同时,金融资产价格收益的条件波动率不仅展示出长记忆性、异方差特征,而且对金融市场中的好消息(Good News)与坏消息(Bad News)所产生的波动状况不相同,从而致使金融收益呈现出非对称波动而展示出杠杆效应(Leverage Effect)。为了同时捕获这三类重要“典型事实”特征,Bollerslev 和 Mikkelsen (1996)<sup>[10]</sup>提出分数协整指数广义自回归条件异方差(Fractional Integrated Exponential Generalized Autoregressive Conditional Heteroscedasticity, FIEGARCH)模型。仍然需要指出的是,虽然 FIEGARCH 模型能够捕获金融波动率的异方差性、杠杆效应与长记忆性特征,但 FIEGARCH 模型却假设条件收益率的四阶矩是存在的,而事实上,金融资产价格条件收益的四阶矩未必一定存在,这就可能导致 FIEGARCH 模型的假设前提可能得不到满足,进而影响模型的可

靠性与精度<sup>[11]</sup>。针对 FIEGARCH 模型的不足,Davidson (2004)<sup>[12]</sup>提出了双曲线记忆 GARCH (Hyperbolic Memory GARCH, HYGARCH)模型,HYGARCH 模型不仅能捕获金融波动率异方差性、杠杆效应与长记忆性特征,而且也能够避免因收益率的四阶矩不存在问题。因此,从理论上讲,HYGARCH 模型是更为优越的“典型事实”刻画模型。另外,Tse(1998)<sup>[13]</sup>为研究汇率波动的持续性,构建出分数协整非对称自回归条件异方差模型(Fractional Integrated Asymmetric Power ARCH, FIAPARCH),FIAPARCH 模型也能够刻画金融价格条件波动率的长记忆性、非对称性与异方差性特征。因此,本文同时引入 HYGARCH、FIEGARCH 和 FIAPARCH 模型对金融收益条件波动率进行建模,力求在对金融收益波动率“典型事实”特征的建模上具有明显的完备性与优越性。

进一步,不仅金融收益条件波动率具有长记忆性,而且金融收益本身也展示出长记忆性特征。Granger 和 Joyeux(1980)<sup>[14]</sup>提出了捕获金融收益长记忆特征的自回归分数移动平均(Fractional Integrated Autoregressive Moving Average, ARFIMA)模型。因此,本文也引入 ARFIMA 模型来捕获金融收益的长记忆性典型事实特征。

基于上述分析与阐述,为了更为有效地捕获金融市场条件收益率与波动率所呈现的典型事实特征,本文引入 ARFIMA-HYGARCH-SKST 模型对中国大陆新兴市场(Emerging Market)与西方成熟市场的动态风险进行测度。同时,为了对比风险测度模型的实证效果,本文也引入 ARFIMA-FIEGARCH-SKST、ARFIMA-FIAPARCH-SKST 模型进行风险测度。既然如此,那么本文将通过实证研究来考察:(1)ARFIMA-HYGARCH-SKST 风险模型是否就一定比本文使用的其它模型具有更为优越的可靠性与精度?(2)不同风险测度模型在成熟发达市场、新兴市场中的风险测度能力是否存在差异?

迄今为止,国内许多专家学者基于非对称结构和长记忆性特征对金融市场风险测度进行了研究。曹广喜(2009)<sup>[12]</sup>运用 ARFIMA-HYGARCH-SKST 模型对我国股市进行了实证研究,结果表明 ARFIMA-HYGARCH-SKST 模型能够有效测度中国大陆沪、深股市的风险 VaR;肖智和傅肖肖等(2008)<sup>[15]</sup>基于 EVT-BM-FIGARCH 模型对金融市场的动态 VaR 风险测度进行了研究;林宇等

(2009)<sup>[16]</sup> 运用 ARFIMA-FIAPARCH-SKST 模型对成熟市场与新兴市场风险测度能力进行对比研究。虽然他们的研究都取得了较好的研究效果,但都没有运用 ARFIMA-HYGARCH-SKST 模型对中国大陆新兴市场、西方成熟市场进行对比研究,尤其是没有将其与捕获相同多典型事实的其它模型(如本文的 ARFIMA-FIEGARCH-SKST、ARFIMA-FIAPARCH-SKST)进行风险测度能力比较研究。而本文是同时引入 ARFIMA-HYGARCH-SKST、ARFIMA-FIEGARCH-SKST、ARFIMA-FIAPARCH-SKST 模型对中国大陆与西方成熟市场风险测度进行实证对比分析,进而引入规范的返回测试(Back-Testing)中的似然比率测试(Likelihood Ratio Test, LRT)和动态分位数回归(Dynamic Quantile Regression, DQR)<sup>[17-19]</sup>方法对不同风险测度模型的准确性与精度进行联合检验,以考察不同模型之间、同一模型在不同市场之间的测度能力是否存在差异。不仅如此,本文通过实证研究得到了一些有价值的结论:本文引入的三种模型在中国沪市(SSEC)、深市(SZEC)中展示出了优越的风险测度能力,但没有哪种模型处于绝对优越的风险测度能力而出现实质性差异;在成熟金融市场 ARFIMA-HYGARCH-SKST 模型并不比 ARFIMA-FIAPARCH-SKST 模型具有明显的优势,而 ARFIMA-FIEGARCH-SKST 模型在成熟市场的风险测度能力较差,而在新兴市场却表现优越。

由此可见,与其它相关研究文献相比,本文的差异性是显而易见的:(1)本文以中国大陆沪、深新兴股市与西方成熟发达市场为研究对象,对比考察风险模型在两类金融市场中的可靠性,同时与目前所掌握的相关文献相比,本文选取的样本期是最大的;(2)本文同时引入 ARFIMA-HYGARCH-SKST、ARFIMA-FIEGARCH-SKST、ARFIMA-FIAPARCH-SKST 三个风险模型,对中国大陆新兴市场与西方发达成熟市场动态风险测度进行实证对比分析,并用返回测试(Back-Testing)中的 LRT 和 DQR 联合检验方法,对比分析不同模型及其在不同市场的动态风险测度能力的差异性;(3)本文得到了相关研究尚未出现的实证结果。即:本文引入的三种模型在中国大陆股市中表现出优越的风险测度能力,但没有哪种模型处于绝对优势而出现实质性差异;ARFIMA-HYGARCH-SKST 模型在成熟市场也并不比 ARFIMA-FIEGARCH-SKST 模型优越;ARFIMA-FIEGARCH-SKST 模型在成熟市场的测度能力不如新兴市场。本文的实证结果,可以为政

府管理当局、投资主体进行金融风险管理提供决策借鉴。

本文的结构安排如下,以下为第二部分,主要介绍动态风险测度的研究方法;第三部分为实证结果与分析;第四部分为本文的一个简要结论。

## 2 研究方法

### 2.1 金融市场动态风险测度方法

金融市场风险往往与金融资产条件损失有关,因此,本文以金融市场条件损失为起点,开展风险测度研究工作。假设金融市场第  $t$  日的收盘指数价格为  $P_t$ ,第  $t$  日的条件损失(以下有时也称条件收益)  $R_t$  定义为

$$R_t = -\ln(P_t/P_{t-1}) = -(\ln P_t - \ln P_{t-1}) \quad (1)$$

在金融计量中,常常假定金融资产条件收益率序列  $R_t$  满足如下波动形式

$$R_t = u_t + \epsilon_t = u_t + \sigma_t z_t \quad (2)$$

其中:  $u_t = E(X_t | I_{t-1})$  为收益率的条件均值(Conditional Mean),  $\sigma_t^2 = \text{Var}(X_t | I_{t-1})$  为条件波动率(Conditional Volatility),  $I_{t-1}$  表示到  $t-1$  天的全部信息集合(Information Set),  $z_t$  满足均值为 0, 方差为 1 的未知概率分布函数为  $F_z(z)$  的白噪声过程(White Noise Process)。

进一步推导,有:

$$\begin{aligned} F_{R_{t+1}|I_t}(x) &= P\{R_{t+1} < x | I_t\} \\ &= P\{u_{t+1} + \sigma_{t+1} z_{t+1} < x | I_t\} \\ &= P\{z_{t+1} < \frac{x - u_{t+1}}{\sigma_{t+1}} | I_t\} = F_z\left\{\frac{x - u_{t+1}}{\sigma_{t+1}} | I_t\right\} \end{aligned} \quad (3)$$

可见,  $z_t = (R_t - u_t)/\sigma_t$ , 本文定义  $z_t$  为标准收益(Standard Return)。于是,根据 McNeil 和 Frey (2000)<sup>[2]</sup> 研究结果,得到在置信水平为 100 $q\%$  时,第  $t$  日对第  $t+1$  日损失的动态风险(Dynamic VaR)测度公式:

$$VaR_q^{t+1} = u_{t+1} + \sigma_{t+1} z_q \quad (4)$$

$z_q$  表示分布函数  $q$  分位数的反函数值  $F_z^{-1}(q)$ ,  $F_z(z)$  是变量  $z_t$  序列边际分布函数。于是,由公式可知,测度金融市场动态风险的关键在于估计出条件均值  $u_t$ , 条件波动率  $\sigma_t$  以及  $z_t$  的  $q$  分位数值  $z_q$ 。

对于金融收益的  $u_t$  与  $\sigma_t$  的估计后文将重点讨论。在这里,着重需要说明的是,  $z_q$  的估计在风险测度中非常关键,而  $z_q$  又与标准收益的分布密切相关。由于标准收益序列服从的分布不同导致  $z_q$  不同,从而引起动态风险测度结果存在着差异。若标

准收益序列服从标准正态分布 (Standard Normal Distribution, SN) 时, 则  $z_q = \Phi^{-1}(q)$ ,  $\Phi(x)$  为标准正态分布的分布函数; 若标准收益序列服从学生  $t$  分布 (Student  $t$  Distribution, ST) 时, 则  $z_q = \sqrt{\frac{v-2}{v}} F_T^{-1}(q)$ ,  $F_T(t)$  表示自由度为  $v$  的学生  $t$  分布函数; 若标准收益服从 SKST 分布, 则  $z_q = SKST_{q,\lambda,v}$ 。

SKST 分布密度函数如下<sup>[7]</sup>

$$SKST(x; \lambda, v) = \begin{cases} bc \left(1 + \frac{1}{v+2} \left(\frac{bx+a}{1-\lambda}\right)\right)^{-(v+1)/2} & \text{for } x \leq -\frac{a}{b} \\ bc \left(1 + \frac{1}{v+2} \left(\frac{bx+a}{1+\lambda}\right)\right)^{-(v+1)/2} & \text{for } x > -\frac{a}{b} \end{cases} \quad (5)$$

其中:

$$a = 4\lambda c \left(\frac{v-2}{v-1}\right), c = \frac{\Gamma\left(\frac{v+1}{2}\right)}{\Gamma\left(\frac{v}{2}\right) \sqrt{\pi(v+2)}}, \\ b = \sqrt{1+3\lambda^2-a^2}$$

$\lambda$  是学生  $t$  分布的偏度系数,  $v$  是学生  $t$  分布的自由度。大量研究直接或间接表明, 金融市场指数价格条件收益率有严重有偏分布, 必然导致标准收益呈现出有偏分布形态<sup>[3,21,22]</sup>。因此, 论文只考虑对标准收益分布形态运用 SKST 进行建模分析。

在这里, 需要补充说明的是, 金融市场动态风险测度公式中  $q$  的大小不同导致风险测度结果的差异, 而  $q$  的大小根据投资主体对待风险的态度, 结合自身的实际情况来确定。对于金融资产投资主体来说, 一般性的风险不会使投资主体面临灭顶之灾, 所造成的损失也是投资主体能够承受的, 只有那些极端风险 (Extreme Risk) 才可能造成巨大损失, 致使投资主体不能忍受, 也才是风险管理者尤其关注的。因此, 在  $q$  的选择上, 本文选取更可能造成巨灾风险的更高水平的  $q$  值, 即  $q = 99.5\%$ 。但为了对比实证研究结果, 也选择风险管理研究常用的置信水平, 即  $q = 95\%, 97.5\%, 99\%$ 。

## 2.2 金融条件收益-条件波动率的长记忆性与有偏特征

由于 ARFIMA 综合考虑了过程的长短记忆特征, 因而对于金融条件收益的长记忆性, 运用 ARFIMA 模型进行建模分析。考虑到不同滞后阶数的 ARFIMA ( $p, d, q$ ) 模型对时间序列的估计结果非常接近, 并结合模型估计的 AIC 大小比较, 在研究

中采用 ARFIMA ( $1, d, 1$ ) 模型来建模, 以下简记为 ARFIMA 模型。ARFIMA ( $p, d, q$ ) 模型<sup>[14]</sup>的一般形式为:

$$\Phi(L)(1-L)^{d_1}(X_t - \mu) = \Theta(L)\varepsilon_t \quad (6)$$

$$\varepsilon_t = \sigma_t z_t \quad (7)$$

其中:  $X_t$  是待建模的金融时间序列, 式中  $d_1$  刻画条件收益的长记忆特征,  $|d_1| < 0.5$ , 当  $0 < d_1 < 1/2$  时, 收益率序列为长记忆平稳过程, 即序列具有持续性或长记忆性; 当  $-1/2 < d_1 < 0$  时, 收益率序列为短记忆平稳过程, 即序列具有反持续性; 当  $d_1 = 1$  时, ARFIMA ( $p_1, 1, q_1$ ) 模型退化为 ARIMA 模型; 当  $d_1 = 0$  时, ARFIMA ( $p_1, 0, q_1$ ) 退化为 ARMA 模型;  $\Phi(L) = 1 - \varphi_1 L - \varphi_2 L^2 - \dots - \varphi_p L^p$ ,  $\Theta(L) = 1 + \theta_1 L + \theta_2 L^2 + \dots + \theta_{q_1} L^{q_1}$  分别为自回归滞后阶算子以及移动平均滞后算子,  $L$  为滞后算子,  $(1-L)^{d_1}$  为分数差分算子。

式为金融收益条件均值调整过程, 而金融收益条件波动率  $\sigma_t$  是金融风险管理研究中极为有价值的指标<sup>[16,20]</sup>, 本文运用 HYGARCH 模型对其进行建模分析。其数学模型如下

$$\sigma_t^2 = \omega(1-\beta(L))^{-1} + (1-(1-\beta(L))^{-1}\varphi(L)(1+\alpha(1-L)^{d_2}))\varepsilon_t^2 \quad (8)$$

式中的参数  $d_2$  对条件波动率的长记忆性进行描述, 如果  $d_2 > 0$ , 则认定条件波动率序列具有长记忆性。当  $\alpha = 1$  时, HYGARCH 就退化为 FIGARCH 模型, 当  $\alpha = 0$  时, 就退化为 GARCH 模型。可见, HYGARCH 模型不仅具有 FIGARCH、GARCH 的特征, 而且能够克服它们的不足<sup>[12]</sup>。

但是, 为了对比风险模型实证效果, 也选择常规的刻画长条件波动率长记忆性、异方差性以及波动非对称性的 FIAPARCH、FIEGARCH 模型对条件波动率进行建模分析。FIAPARCH 模型<sup>[13]</sup>如下:

$$\sigma_t^\delta = \omega + \{1 - [1 - \beta(L)]^{-1}\varphi(L)(1-L)^{d_3}\}(|\varepsilon_t| - \gamma\varepsilon_t)^\delta \quad (9)$$

其中,  $\gamma$  为杠杆系数, 如果  $\gamma > 0$ , 则表明前一期负收益率导致当期有更高的收益波动。

同样, FIEGARCH 模型<sup>[10]</sup>如下:

$$\ln(\sigma_t^2) = \omega + \varphi(L)^{-1}(1-L)^{d_4}[1 + \alpha(L)]g(z_{t-1}) \quad (10)$$

在这里, 仍然需要说明的是, 在金融时间序列的实证研究中, 得到了趋于一致的结果, 金融时间序列并非服从对称分布形态, 如正态分布、学生  $t$  分布, 而是呈现出有偏非对称的分布形态<sup>[3]</sup>。因而在对标准收益的分布拟合上, 有偏学生  $t$  分布 (Skew

Student t Distribution, SKST)比 ST 分布更能刻画金融收益分布的非对称性<sup>[7]</sup>。至此,本文共构建了 ARFIMA-HYGARCH-SKST、ARFIMA-FIE-GARCH-SKST、ARFIMA-FIAPARCH-SKST 三个模型来对动态风险测度展开研究。

### 2.3 金融市场动态风险测度准确性的检验方法

风险管理最为重要和关键的工作是准确有效地测度出动态风险,风险测度失效必然导致风险管理失败。然而,根据风险定义,如果  $VaR_q^{t+1} > R_{t+1}$ ,那么就风险模型测度在第  $t+1$  天是有效的。否则,就认为是失效的。基于此,Kupiec(1995)<sup>[17]</sup> 给出一个指示变量  $I_t$ :

$$I_t \equiv \begin{cases} 1 & \text{for } R_{t+1} > VaR_q^{t+1} \\ 0 & \text{for } R_{t+1} \leq VaR_q^{t+1} \end{cases} \quad (11)$$

根据 Kupiec(1995)<sup>[17]</sup>,如果  $R_t$  适合模型,那么  $I_t \equiv \{R_{t+1} > VaR_q^{t+1}\} \sim \text{Binoulli}(1-q)$ 。因此,  $\hat{w} = \sum_{t \in T} I_t \sim \text{Binomln}(f, 1-q)$ , 其中  $f$  是  $n$  中个数。于是,检验零假设 ( $H_0$ ):模型测度失败比率与  $1-q$  接近,也就是  $\hat{w}$  是来自于  $\text{Binomln}(f, 1-q)$ 。模型测度失败实际比率为

$$p_1 = \frac{f}{n} \quad (12)$$

式中的  $f$  表示测度失败次数,  $n$  表示样本总数,  $p_1$  为测度失败比率。假定比率为  $p_0 = 1-q$ 。如果模型测度失败比率与假定的失败比率在统计意义上是一致的,即  $p_0 = p_1$ , 那么就可以认为,在给定的置信水平下,模型能够准确有效地测度风险。其似然比率的非条件检验统计量(LRT)为:

$$LRT = -2\ln[(1-p_0)^{n-f} p_0^f] + 2\ln[(1-p_1)^{n-f} p_1^f] \xrightarrow{d} \chi^2(1) \quad (13)$$

统计量  $LRT$  依概率分布服从自由度为 1 的卡方分布。如果  $LRT$  的卡方检验不显著,则接受零假设,说明模型可以用来测度市场风险,模型是准确可靠的。

但是,Kupiec(1995)<sup>[17]</sup> 的 LRT 似然比率检验,只是检验 VaR 失败比率与假定比率是否一致。进一步的研究表明,除了检验失败比率以外,还应联合考察 VaR 失败情况是否存在相关性<sup>[18,20]</sup>。如果 VaR 失败情况连续发生,对于金融机构投资者来说,可能发生连续超过 VaR 的损失,给投资者带来巨大的风险损失,是投资者不愿意看到的,从而也说明模型不可靠;正确可靠的或者说精度高的风险模型的失败情况应该是随机不相关的。于是,Engle

和 Manganeli(2004)<sup>[18]</sup> 构造出分位数回归检验的统计量,检验的统计量如下:

$$\frac{\lambda^T R^T X^T \lambda^T}{p(1-p)} \sim \chi^2(K) \quad (14)$$

其中  $X$  是  $T \times K$  矩阵,该检验服从自由度为  $K$  的  $\chi^2$  分布,论文选择  $K=7$ 。如果在给定的显著性水平,卡方检验不显著,说明模型可以用来测度市场风险,模型是准确可靠的。

由于本文是采用两种方法对模型可靠性与精度进行联合检验,所以,只有当一个模型在某个水平下能同时通过两种检验,才认为此模型在这个水平下是准确可靠的。

## 3 实证结果与分析

### 3.1 样本数据的选取与条件收益分布形态和长记忆特征的统计分析

本文选取新兴市场的中国大陆上证综指(Shanghai Stock Exchange Composite Index, SSEC)、深证成份指数(Shenzhen Stock Exchange Component Index, SZEC)与成熟市场的标准普尔 500 指数(Standard and Poor's 500 Index, S&P500)、道琼斯工业指数(Dow Jones Industrial Average Index, Dow)四种指数作为代表性的研究对象。样本期为 1996 年 1 月 3 日~2009 年 12 月 31 日,共计 3390 天收盘指数价格。本文使用软件 MATLAB2008、RATS7.1.0 和 OX5.0 进行编程分析。

根据公式计算出的条件收益率序列,其波动性状况及统计特征如表 1 所示。从表 1 可以观察到:无论是 SSEC、SZEC,还是 S&P500、Dow 收盘指数条件收益的 J-B 值都非常显著,都拒绝有效市场假说的正态分布假设;所有序列的偏度(Skewness)都在 1%的水平下显著,表明收益分布都呈有偏性,但在偏度方向上存在着不同,这表明指数收益具有有偏胖尾分布类型特征;运用 L-B Q(•)统计量对收益序列进行自相关性检验,在滞后期为 16 时,所有指数收益都明显拒绝无自相关性,说明股市指数条件收益具有记忆性特征;运用拉格朗日乘子(Lagrange Multiplier, LM)检验收益序列的 ARCH 效应,所有的指数条件收益率序列都明显拒绝无 ARCH 效应,说明条件收益序列具有异方差效应(Heterskedasticity Effect);运用 BDS 统计量对条件收益序列独立同分布(independent identically distribution, i. i. d.)特征进行检验,结果表明指数条件收益率均显著拒绝 i. i. d. 特征。

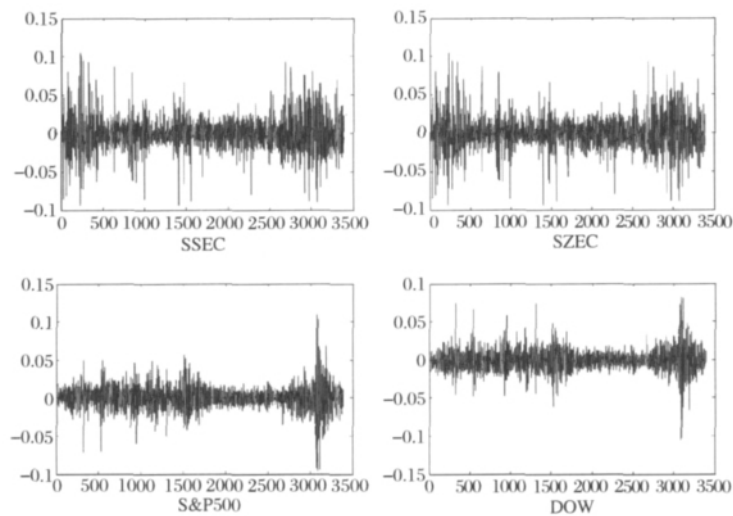


图 1 股市指数价格条件收益率分布-波动状况

图 1 是股市指数价格条件收益分布-波动状况图,从图 1 可以发现,金融收益不仅具有波动聚集效应(Volatility Clustering);为了更为直观展示收益的分布形态,论文只出示新兴市场 SSEC 与成熟市场 S&P500 指数价格条件收益的 QQ 图,图 2 是

SSEC、S&P500 指数收盘价格条件收益的 QQ 图,从图 2 中也可以直观发现,两个指数条件收益率具有比正态分布更长的尾部的分布形态,而且分布的两尾表现出明显的非对称特征,说明两种指数条件收益率呈现出“有偏、胖尾”分布形态特征。

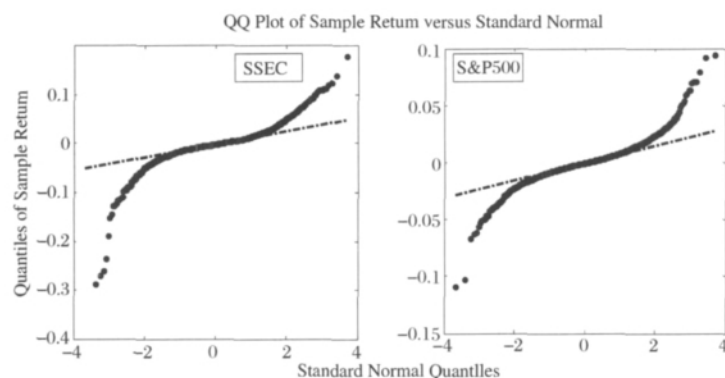


图 2 股市指数价格条件收益 QQ 图

表 1 股市指数条件收益的统计特征

	SSEC	SZEC	S&P500	Dow
Skewness	0.228243***	-0.175099***	-0.176301***	0.094378***
J-B	2743.388968***	2019.849592***	7913.054069***	7575.974987***
Q(16)	57.804***	57.466***	80.280***	78.156***
No ARCH	75.2676***	88.2491***	171.2090***	153.1436***
Hurst	0.59	0.61	0.57	0.52
BDS	23.18819***	25.52038***	21.94293***	20.82091***

注:\*\*\*表示在 1%的显著水平下显著, J-B 是 Jarque-Bera 统计量, Q(·) 是 Ljung-Box Q 统计量, No ARCH 是 LM 统计量检验结果

所有这些统计分析结果表明,无论是成熟资本市场的 S&P500、Dow,还是新兴市场的 SSEC、SZEC 的金融收益均展现出“有偏胖尾(Skew and Fated tail)”等非对称分布特征。因此,在金融收益的分布上,用传统的正态分布(Normal Distribution)来描述已经与典型事实(Stylized Facts)下的

金融市场实际明显不相符。在金融风险管理研究中,为了更好地捕获金融收益的实际分布,虽然一些学者运用比正态分布具有更长尾部的学生  $t$  分布(Student  $t$  Distribution, ST)来进行金融风险管理,也取得了比正态分布更好的效果,但采用对称的学生  $t$  分布仍然无法解决有偏胖尾分布的非对称问

题,依然会低估市场风险。

另外,运用 Hurst 指数<sup>[23]</sup>对条件收益率长程记忆特征进行建模分析,得到的 Hurst 指数都大于 1/2(见表 1 中第 6 行),表明金融条件收益具有长程记忆性。有研究表明,用普通的自回归移动平均模型(Autoregressive Moving Average Model, ARMA)无法准确描述具有长记忆性(Long memory)的时间序列特征。因此,建议采用“自回归分数移动平均(ARFIMA)模型”来刻画这类长记忆时序的动力学特征。

3.2 金融市场动态 VaR 测度模型参数的 QMLE 估计结果

本文运用 ARFIMA-HYGARCH-SKST 模型对条件收益建模分布,由于篇幅限制,本文只出示 ARFIMA-HYGARCH-SKST 模型的参数估计结果。在这里,需要说明的是,在金融计量研究中,一般认为使用一阶模型就能充分反应金融时间序列数据的自相关与波动性信息<sup>[24]</sup>,因此,本文的所有模型在滞后阶的选取上均选取滞后一阶。在模型的参数估计方法上,本文并非使用极大似然估计方法(Maximum Likelihood Estimation, MLE),而是运用一种让“让数据自己说话”的“伪极大似然估计方法”<sup>[2,5]</sup>来估计模型参数,以保证参数估计效果。

表 2 指数收益 ARFIMA(1,d,1)-HYGARCH(1,d,1)-SKST 模型参数的 QMLE 估计结果

	SSEC	SZEC	S&-P500	Dow
Cst(M)	0.0002	-0.0005	0.0004***	-0.0004***
d-Arfima	0.2097***	0.1937***	0.0616***	-0.0010
AR(1)	0.4667***	0.4924***	0.6636***	0.7305***
MA(1)	-0.6693***	-0.6584***	-0.7881***	-0.7796***
Cst(V)	0.1597	0.1597	0.0220	0.0192
d-Figarch	0.4342***	0.4840***	0.6859***	0.7242***
ARCH(Phil)	0.0256***	0.1385	0.0672	0.0722
GARCH(Beta1)	0.3669***	0.4927***	0.7362***	0.7762***
Asymmetry	0.0774***	-0.0573***	-0.1278***	0.1022***
Tail	4.2792***	5.0841***	8.5720***	8.7882***
Log(α) HY	0.0473***	0.0111	-0.0074	-0.0095
Log Likelihood	9333.333	9015.657	10590.862	10728.527

注:括号中的数字表示模型参数的 QMLE 估计结果,\*\*\*表示在 1%的显著水平下显著

表 2 是 ARFIMA(1,d,1)-HYGARCH(1,d,1)-SKST 模型的 QMLE 参数估计结果。从表 2 可以发现,股市指数条件收益的长记忆性参数 d-Arfima(除 Dow 外)均表现出显著的长记忆性特征,四个市场的条件波动率的 d-Figarch 均显著不为 0,说明条件波动率具有长记忆性;HY 参数均不为 0,但只有 SSEC 显著;所有非对称参数 Asymmetry 都显著异于 0,表明市场收益具有非对称波动性;所有的非对称参数显著不为 0,表明存在非对称性特征。

3.3 动态 VaR 模型测度能力的实证检验结果与分析

本文运用返回测试(Back-Testing)中的 LRT 和 DQR 方法,对不同风险测度模型的准确性与精度进行联合检验。对于某一市场,只有模型在某个水平能同时通过两种联合检验,才认为此风险模型在该水平下是可靠的。

表 3 和表 4 中的数据为模型检验的 p-value,需要指出的是,本文选择的显著性水平为 5%(0.05)。对于一个金融市场来说,就某种检验而言,如果在某

一个分位数(或说置信水平)情况下, p-value < 0.05,则认为风险模型在该分位数下不能通过这种检验;反之,则认为模型在该水平下能够通过检验,说明模型是准确可靠的。

表 3 金融市场动态风险测度结果的 LRT 检验结果

	SSEC	SZEC	S&-P500	Dow
95% Level				
ARFIMA-HYGARCH	0.6634	0.6634	0.1504	0.9029
ARFIMA-FIEGARCH	0.4102	0.6634	0.0483	0.0210
ARFIMA-FIAPARCH	0.1733	0.3676	0.6634	0.9717
97.5% Level				
ARFIMA-HYGARCH	0.7202	0.7631	0.4950	0.2279
ARFIMA-FIEGARCH	0.2673	0.6797	0.0453	0.0123
ARFIMA-FIAPARCH	0.2673	0.9758	0.4533	0.1508
99% Level				
ARFIMA-HYGARCH	0.8773	0.1074	0.6127	0.1074
ARFIMA-FIEGARCH	0.8773	0.1555	0.0951	0.2944
ARFIMA-FIAPARCH	0.4864	0.1555	0.4933	0.5967
99.5% Level				
ARFIMA-HYGARCH	0.9893	0.6289	0.6289	0.1217
ARFIMA-FIEGARCH	0.9893	0.7992	0.6235	0.0335
ARFIMA-FIAPARCH	0.9893	0.6289	0.7992	0.3163

注:表中的数据是风险测度准确性检验的 p-value

表 4 金融市场动态风险测度结果的 DQR 检验结果

	SSEC	SZEC	S&P500	Dow
95% Level				
ARFIMA-HYGARCH	0.1310	0.5503	0.0212	0.3512
ARFIMA-FIEGARCH	0.1608	0.7075	0.0239	0.2689
ARFIMA-FIAPARCH	0.1487	0.7272	0.2336	0.9407
97.5% Level				
ARFIMA-HYGARCH	0.2636	0.3217	0.1003	0.7177
ARFIMA-FIEGARCH	0.2469	0.4918	0.0891	0.1455
ARFIMA-FIAPARCH	0.0694	0.8938	0.1938	0.3666
99% Level				
ARFIMA-HYGARCH	0.9093	0.5000	0.3610	0.3918
ARFIMA-FIEGARCH	0.1655	0.8454	0.0036	0.5377
ARFIMA-FIAPARCH	0.1779	0.5048	0.5926	0.1679
99.5% Level				
ARFIMA-HYGARCH	0.9989	0.9987	0.0669	0.9304
ARFIMA-FIEGARCH	0.1606	0.9966	0.9792	0.7496
ARFIMA-FIAPARCH	0.1680	0.9993	0.1158	0.9911

注:表中的数据是风险测度准确性检验的 p-value.

为了更为直观地展示实证研究结果,我们用表 5 综合表 3 与表 4 的实证结果。在表 5 中,用符号“√”表示模型能够同时通过 LRT 与 DQR 联合检验,表明模型是准确可靠的;同时对于不能同时通过两种检验的,用符号“×”表示。可见,表 5 中的符号比表 3 和表 4 中的数据具有更为综合的说服力与解释能力。

表 5 金融市场动态风险模型准确性  
检验综合结果

	SSEC	SZEC	S&P500	Dow
95% Level				
ARFIMA-HYGARCH	√	√	×	√
ARFIMA-FIEGARCH	√	√	×	×
ARFIMA-FIAPARCH	√	√	√	√
97.5% Level				
ARFIMA-HYGARCH	√	√	√	√
ARFIMA-FIEGARCH	√	√	×	×
ARFIMA-FIAPARCH	√	√	√	√
99% Level				
ARFIMA-HYGARCH	√	√	√	√
ARFIMA-FIEGARCH	√	√	×	√
ARFIMA-FIAPARCH	√	√	√	√
99.5% Level				
ARFIMA-HYGARCH	√	√	√	√
ARFIMA-FIEGARCH	√	√	√	×
ARFIMA-FIAPARCH	√	√	√	√

注:表中的“√”表示模型能够同时通过 LRT 与 DQR 检验,说明模型是准确可靠的;“×”表示模型不能同时通过两种检验的,模型不能准确测度市场动态风险。

分析表 5,就本文选择的模型与市场而言,可以得到一些有研究价值的结论:

(1) 本文引入的三种风险模型在中国大陆 SSEC、SZEC 市场表现卓越,并没有表现出实质性差异。表 5 中 SSEC、SZEC 列中每个水平都能同时通过 LRT 和 DQR 联合检验,而且表 3、4 中对应的 SSEC、SZEC 列中的 p-value 大小也没有发现明显的规律。这表明本文引入的三种风险测度模型在中国大陆 SSEC、SZEC 这样的新兴市场中具有优越的风险测度能力,但并没有展现出哪个模型具有绝对的优势,从而也说明 ARFIMA-HYGARCH-SKST 模型在诸如中国大陆这样的新兴市场上,并没有如前面理论所分析的那样,较其它模型在风险测度上表现优越,反而是无绝对的优劣之分。

(2) ARFIMA(1, d, 1)-HYGARCH(1, d, 1)-SKST 模型与 ARFIMA(1, d, 1)-FIAPARCH(1, d, 1)-SKST 模型的风险测度能力均表现卓越,尤其是在较高的置信水平下,如:  $q = 97.5\%$ 、 $99\%$  和  $99.5\%$  时,两个模型都在 4 个市场通过了两种检验, ARFIMA(1, d, 1)-HYGARCH(1, d, 1)-SKST 模型只有在  $95\%$  水平没有通过 S&P500 市场检验,这表明 ARFIMA(1, d, 1)-FIAPARCH(1, d, 1)-SKST 模型在  $95\%$  置信水平上市场适应能力稍稍强一点。但是,这也一点也不影响模型卓越的风险测度能力,因为较高置信水平下的风险(也称极端风险)才是投资主体真正所关心的,从而也说明 ARFIMA(1, d, 1)-HYGARCH(1, d, 1)-SKST 与 ARFIMA(1, d, 1)-FIAPARCH(1, d, 1)-SKST 模型在市场风险测度能力并没有表现出绝对的优劣之分。

(3) 同一风险模型在不同市场表现出明显的差异性。从表 5 可以看出,虽然 ARFIMA(1, d, 1)-FIEGARCH(1, d, 1)-SKST 模型在中国新兴市场的表现并无差异,但是 ARFIMA(1, d, 1)-FIEGARCH(1, d, 1)-SKST 模型在  $q = 95\%$ 、 $97.5\%$  两个置信水平均不能在成熟市场 S&P500 和 Dow 通过两种检验,并且在  $q = 99\%$ 、 $99.5\%$  时都有一个市场不能通过检验,也表明这个风险模型在成熟市场的风险测度能力并不如意,同时也说明了同一模型在不同市场表现能力存在差异。分析原因可能是,成熟发达市场与新兴市场在运行机制、投资者行为等方面存在差异所致。

#### 4 结语

本文针对金融市场涌现出的长记忆性、异方差与非对称结构等典型事实特征,运用 ARFIMA 与 HYGARCH、FIEGARCH 和 FIAPARCH 模型对



捕获金融资产价格的条件收益与条件波动率特征,并结合 SKST 来测度金融市场动态风险,然后运用返回测试(Back-Testing)中的 LRT 和 DQR 方法对不同风险测度模型的准确性与精度进行联合检验。实证结果表明,本文引入的三种风险模型在中国大陆 SSEC、SZEC 市场表现卓越,并没有表现出实质性差异;ARFIMA(1,  $d$ , 1)-FIAPARCH(1,  $d$ , 1)-SKST 模型与 ARFIMA(1,  $d$ , 1)-HYGARCH(1,  $d$ , 1)-SKST 模型在金融市场风险测度能力上也未表现出绝对的优劣之分;ARFIMA(1,  $d$ , 1)-FIEGARCH(1,  $d$ , 1)-SKST 模型在成熟市场表现能力却是差强人意。

尤其值得指出的是,本文的实证结果为金融风险管理提出了一个新的研究课题。从本文的研究结果来看,本文引入的三种风险测度模型在诸如中国大陆这样的新兴市场的测度能力并没有绝对优劣之分,这说明并非每一个典型事实在某一市场的风险测度中都非常具有价值。但需要进一步指出的是,随着经济信息技术的发展,必将呈现出越来越多的典型事实。如果将所有的典型事实都纳入到风险测度的指标体系之中,势必会引起风险管理效果的降低,因为过多的典型事实大大增加风险测度的约束条件,约束条件的增加,必将引发“维数灾难”后果,自然也就导致风险管理的操作性大打折扣。因此,在金融市场风险管理中,只能选择一些有价值的典型事实来进行风险管理。那么,在金融风险管理中,到底选择什么样的典型事实最有研究价值呢?这将金融风险管理领域面临着一个新的研究课题。

因此,金融风险管理实践者、研究者必须未雨绸缪,不断强化对金融市场中新的典型事实特征的探索,选择出最有价值的典型事实,并将其纳入到风险测度的指标体系之中,不断完善金融市场风险测度的指标与方法,以提高风险管理的能力与水平,维护金融经济的安全,促进金融经济的发展与繁荣。

#### 参考文献:

- [1] Morgan, J. P. . RiskMetrics Technical Document, 4<sup>th</sup> Edition[M]. 1996.
- [2] McNeil, A. J. , Frey, R. . Estimation of tail-related risk measures for heteroskedastic time series: An extreme value approach[J]. Journal of Empirical Finance, 2000, 7: 271—300.
- [3] Cont, R. . Empirical properties of assets returns: stylized facts and statistical issues[J]. Quantitative Finance, 2001, 1: 223—236.
- [4] Sardosky, P. . Stochastic volatility forecasting and risk management[J]. Applied Financial Economics, 2005, 15: 287—309.
- [5] Fernandez, V. . Risk management under extreme events [J]. International Review of Financial Analysis, 2005, 14: 113—148.
- [6] Li, X. , M. Rose, L. C. . The tail risk of emerging stock markets[J]. Emerging Markets Review, 2009, 10: 242—256.
- [7] Giot, P. , Laurent, S. . Value-at-Risk for long and short positions[J]. Journal of Derivatives, 1995, 2: 173—184.
- [8] Bollerslev, T. . Generalized autoregressive conditional heteroskedasticity[J]. Journal of Econometrics, 1986, 31: 307—327.
- [9] Baillie, R. T. , Mikkelsen, H. O. . Fractional integrated generalized autoregressive conditional heteroskedasticity [J]. Journal of Econometrics, 1996, 74: 3—30.
- [10] Bollerslev, T. , Mikkelsen, H. O. . Modeling and pricing long memory in stock market volatility[J]. Journal of Econometrics, 1996, 73: 151—184.
- [11] 曹广喜 . 我国股市收益的双长记忆性检验——基于 VaR 估计的 ARFIMA-HYGARCH-skt 模型[J]. 数理统计与管理, 2009, 1: 167—174.
- [12] Davidson, J. . Moment and memory properties of linear conditional heteroskedasticity models, and a new model[J]. Journal of Business & Economic Statistics, 2004, 22: 16—29.
- [13] Tse, Y. K. . The conditional heteroscedasticity of the Yen - Dollar exchange rate[J]. Journal of Applied Econometrics, 1998, 13: 49—55.
- [14] Granger, C. W. J. , Joyeux, R. . An Introduction to Long-Memory Time Series Models and Fractional Differencing[J]. Journal of Time Series Analysis, 1980, 1: 15—29.
- [15] 肖智, 傅肖肖, 钟波 . 基于 EVT-BM-FIGARCH 的动态 VaR 风险测度[J]. 中国管理科学, 2008, 4: 18—23.
- [16] 林宇, 卫贵武, 魏宇, 谭斌 . 基于 Skew-t-FIAPARCH 的金融市场动态风险测度研究[J]. 中国管理科学, 2009, 6: 17—24;
- [17] Kupiec, P. . Techniques for verifying the accuracy of Risk measurement models[J]. Journal of Derivatives, 1995, 3: 73—84.
- [18] Engle, M. . CAViaR: Conditional autoregressive Value at Risk by regression quantiles[J]. Journal of Business and Economic Statistics, 2004, 22: 367—381.
- [19] Wu, P. T. , Shieh, S. J. . Value-at-Risk analysis for long-term interest rate futures: Fat-tail and long memory in return innovations[J]. Journal of Empirical Finance, 2007, 14: 248—259.
- [20] 魏宇 . 股票市场的极值风险测度及后验分析研究[J]. 管理科学学报, 2008, 1: 78—88.

- [21] Laurent, S. . Asymmetry and Fat-tails in Financial Time Series[M]. Maastricht University, 2002.
- [22] Laurent, S. . Analytical Derivates of the APARCH Model under a Skewed Student Assumption for the Innovation Process [R]. Mimeo, University de Liege, 2001.
- [23] Mandelbort, B. B. , Van, J. , W. . Fractional Brownian motion[J]. Fractional and application, SIAM Review, 1968, (10):422—437.
- [24] Lamoureux, C. G. , lastvapes, W. D. . Forecasting stock-return variance: toward an understanding of stochastic implied volatilities [J]. Review of Financial Studies, 1993, 6(2):293—326.

## Study on Dynamic VaR Measurement with Hyperbolic Memory GARCH

LIN Yu

(Business School, Chengdu University of Technology, Chengdu 610059, China)

**Abstract:** This paper applies Fractional Integrated Autoregressive Moving Average (ARFIMA) model and Hyperbolic Memory Generalized Autoregressive Conditional Heteroscedasticity (HYGARCH) model, Fractional Integrated Asymmetric Power Autoregressive Conditional Heteroscedasticity (FIAPARCH) model and Fractional Integrated Exponential Generalized Autoregressive Conditional Heteroscedasticity (FIEGARCH) model to capture some stylized facts of conditional volatility and conditional return of financial markets, and apply Skew Student t Distribution (SKST) to capture return distribution, and then measure dynamic risk of financial markets. At last, we use Likelihood Ratio Test (LRT) and Dynamic Quantile Regression (DQR) to test accuracy of risk measurement model as well. Our results show that all risk models used in this paper has no significant difference on accuracy for Chinese stock markets; ARFIMA(1,  $d$ , 1)–FIAPARCH(1,  $d$ , 1)–SKST model is no excel to ARFIMA(1,  $d$ , 1)–HYGARCH(1,  $d$ , 1)–SKST model in developed market; ARFIMA(1,  $d$ , 1)–FIEGARCH(1,  $d$ , 1)–SKST model can not measure risk accurately for developed market.

**Key words:** financial markets; stylized facts; HYGARCH; dynamic risk; measurement