

文章编号: 1003-207(2011)03-0141-07

群决策中三端点语言和互补偏好信息的转化及集结研究

朱建军, 刘思峰, 田 飞

(南京航空航天大学经济与管理学院, 江苏 南京 210016)

摘 要: 研究了群决策中三端点语言判断矩阵和三端点互补判断矩阵的集结方法。基于两类判断标度的内涵, 研究了两种三端点偏好形式相互转化的数学方式; 从次序一致性和完全一致性角度, 分析了偏好形式转化过程中的信息变化情况; 提出了基于灰色关联度的群体一致度测算方法, 研究了决策者权重确定方法, 进而提出了两类三端点偏好的集结方法, 文后通过算例说明了方法的应用步骤。

关键词: 群决策; 三端点语言判断; 三端点互补判断矩阵; 信息转化; 集结

中图分类号: C943 **文献标识码:** A

1 引言

在群决策过程中, 由于决策问题的复杂性、不确定性、人类思维的模糊性以及决策者个人偏好的差异, 采用确定的偏好形式来刻画复杂问题往往是不现实的, 区间数^[1]、模糊数^[2,3]、随机变量^[4,5]、未确知数^[6]、灰色系统理论^[7]等不确定性数学方法在决策领域得到了广泛应用。作为一种特殊的区间数, 文献[8]等提出采用三端点区间数来反映决策者复杂的偏好结构, 其应用背景简要描述如下: 以方案 1 与方案 2 相比较, 若决策者有如下偏好(以经典的 1~9 标度为例), 认为两方案同样重要($a_{12} = 1$)的可能性有 10%, 方案 1 比方案 2 稍微重要($a_{12} = 3$)的可能性有 70%, $a_{12} = 4$ 的可能性有 10%, $a_{12} = 5$ 的可能性有 10%, 在这种情况下, 若用加权方法 $a_{12} = 1 \times 10\% + 3 \times 70\% + 4 \times 10\% + 5 \times 10\% = 3.1$ 表示, 能在一定程度上抵消判断的随机误差, 但随机误差抵消的数量、以及用均值 3.1 近似表示 a_{12} 的可信度完全不清楚。若用区间数 $\overline{a_{12}} = [1, 5]$ 表示两方案的重要性差别, 将增加决策的不确定性, 且没有充

分利用决策者的判断信息。对此, 提出用三端点区间数来表达决策者的偏好, 将判断表示成 $\overline{a_{12}} = [1, 3, 5]$, 形成三端点区间数判断, “3”为两两比较中最可能的判断, 即可能性为 70% 的判断。这种偏好表达形式的优点在于, 与普通的区间数相比, 既通过区间数的上下边界范围反映了事物的不确定性, 又采用最可能值的形式表达了不确定性之中的部分肯定; 与三角模糊数相比, 不要求严格的线性隶属函数, 更符合复杂问题决策; 与未确知数相比, 所要求决策者提供的信息量相对较少。文献[8]和[9]分别研究了三端点互反判断矩阵、三端点互补判断矩阵的一致性测度和权重确定方法, 文献[10]研究了基于三端点区间数的多属性决策方法, 文献[11]研究了两大类三端点判断矩阵的集结问题, 文献[12]将三端点区间数的方法应用于某企业的原纸规格精简管理之中, 文献[13, 14]研究了类似的三参数决策模型。总体来看, 三端点区间数的研究仍属于起步阶段。从开放决策环境下决策者多类型的偏好集结和新的不确定偏好的表达角度来看, 三端点区间数的研究具有较大的理论价值和应用价值, 具有复杂偏好的表现优势。

由于事物的模糊性和不确定性, 决策者往往采用语言标度方式表达判断偏好, 近年来, 基于语言评价值的群决策方法研究已经引起了有关学者的重视, 文献[15]提出了基于语言的多类型偏好集结方法; 文献[16]等研究了多粒度的语言信息集结方法; 文献[17]研究了不完全信息背景下的语言信息一致

收稿日期: 2010-08-09; 修订日期: 2011-05-01

基金项目: 国家自然科学基金重大研究计划培育项目(90924022); 国家自然科学基金项目(70701017, 70971064); 南京航空航天大学基本科研业务费专项科研基金(NS2010209)

作者简介: 朱建军(1976-), 男(汉族), 江苏丹阳人, 南京航空航天大学经济与管理学院, 教授, 博导, 研究方向: 群决策理论与方法、灰色系统理论。

性测度;文献[18]提出了应用语言偏好关系来解决模糊判断矩阵的一致。基于语言形式的决策关键在于如何有效地把语言评价信息转化成群决策中易于处理的形式,难点在于信息转化过程中的失真问题,相关研究不多,如文献[19]研究了互补判断矩阵和互反判断矩阵转化过程中的一致性权重变化问题。若缺乏转化过程中信息量的变化研究,即使通过信息转化后的新形式具有良好的数学性质,其实质都没有任何意义。作为应用最为广泛的两类偏好信息,本文研究三端点语言偏好信息和三端点互补判断信息的转换和集结问题。

2 主要结果及方法

2.1 基本概念

设有限方案集为 $X = \{x_1, \dots, x_m\}$, x_i 表示第 i 个决策方案;决策群体集为 $E = \{e_1, \dots, e_n\}$, e_k 表示第 k 个决策者,设决策者采用三端点互补判断矩阵和语言判断矩阵来表达偏好,相关概念如下所述:

(1) 三端点区间数^[8],用 $a = [a^L, a^M, a^U]$ 表示决策者的不确定性判断, $a^L \leq a^M \leq a^U$, a^M 表示最可能的判断值, a^L, a^U 表示判断的下限和上限。

(2) 三端点互补判断矩阵^[9,11],决策者 e_k 对方案 x_i 和 x_j 进行两两比较,给出互补判断矩阵 $A = (a_{ij}^k)_{m \times m}$, a_{ij}^k 表示方案 x_i 优于 x_j 的程度, $a_{ij}^k = [a_{ij}^{L,k}, a_{ij}^{M,k}, a_{ij}^{U,k}]$, $a_{ij}^{L,k} \leq a_{ij}^{M,k} \leq a_{ij}^{U,k}$, $a_{ji}^k = [1 - a_{ij}^{U,k}, 1 - a_{ij}^{M,k}, 1 - a_{ij}^{L,k}]$, $a_{ii}^k = [0.5, 0.5, 0.5]$ 。

(3) 有序语言标度集,设语言标度集为 $S = \{s_0, s_1, \dots, s_T\}$, T 为偶数,其下标越大,方案 x_i 优于方案 x_j 的程度越高,语言标度相关性性质见文献[15,16]等。

(4) 三端点语言判断矩阵,决策者 e_k 对方案 x_i 和 x_j 进行两两比较,给出语言判断矩阵 $B = (b_{ij}^k)_{m \times m}$, b_{ij}^k 表示方案 x_i 优于 x_j 的程度, $b_{ij}^k = [b_{ij}^{L,k}, b_{ij}^{M,k}, b_{ij}^{U,k}]$, $b_{ji}^k = [neg b_{ij}^{U,k}, neg b_{ij}^{M,k}, neg b_{ij}^{L,k}]$, $b_{ii}^k = [s_{\frac{T}{2}}^L, s_{\frac{T}{2}}^M, s_{\frac{T}{2}}^U]$, $b_{ii}^k = s_{\frac{T}{2}}^k$, $i, j = 1, \dots, m$, “neg” 为取逆运算。

由于 0.1~0.9 的互补标度应用广泛,具有明确和合理的模糊数学基础,除非特殊说明,下文所指均为 0.1~0.9 的标度。

2.2 两类三端点偏好信息的转化方法

(1) 三端点语言判断矩阵转化为三端点互补判断矩阵

设 a_{ij}^k 是决策者 k 给出的三端点互补判断矩阵 $A = (a_{ij}^k)_{m \times m}$ 中的元素, b_{ij}^k 是三端点语言判断矩

阵 $B = (b_{ij}^k)_{m \times m}$ 中的元素。为方便语言信息运算,引入函数 I 和 I^{-1} [15,16]。

定义1 若 $S = \{s_0, s_1, \dots, s_T\}$ 为有序语言短语集, $s_i \in S$, 则称 $I: S \rightarrow N$; $I(s_i) = i$, $s_i \in S$ 为语言短语对应 i 的转换函数。

定义2 若 $S = \{s_0, s_1, \dots, s_T\}$ 为有序语言短语集, $s_i \in S$, 则称 $I^{-1}: N \rightarrow S$; $I^{-1}(i) =$

$$\begin{cases} s_0, & i \leq 0; \\ s_i, & i = 1, 2, \dots, T \\ s_T, & i \geq T \end{cases}$$

为 i 对应语言短语的转换函数。

本文主要针对常用的离散形式的语言标度集和连续形式的互补标度集。考虑到语言标度和互补标度的内涵特点,可直接在两类标度取值范围之间做一映射。若互补判断矩阵采用 $l_1 \sim l_2$ ($l_2 > l_1$) 的标度,语言判断矩阵的判断值采用 $s_{T_1} \sim s_{T_2}$ ($T_2 - T_1$ 为偶数) 的标度,则将 b_{ij}^k 转化为 a_{ij}^k 的公式见(1),转换的思想见图1,其中,图1中左图表示互补的标度数小于语言的标度数,右图反之。

$$a_{ij}^k = \frac{(l_2 - l_1) [I(b_{ij}^k) - T_1]}{T_2 - T_1} + l_1 \quad (1)$$

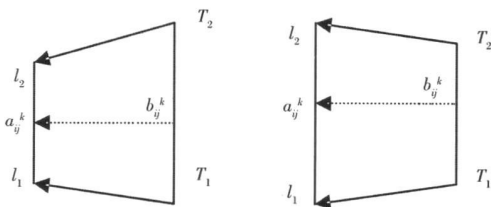


图1 语言标度向互补标度的转换示意

特殊地,若互补判断矩阵采用 0.1~0.9 标度,语言判断矩阵的粒度为 $s_0 \sim s_T$, 则有:

$$a_{ij}^k = \frac{0.8I(b_{ij}^k)}{T} + 0.1 \quad (2)$$

由此,可以将三端点语言判断矩阵转化为三端点互补判断矩阵:

$$\begin{aligned} a_{ij}^{L,k} &= \frac{0.8I(b_{ij}^{L,k})}{T} + 0.1; & a_{ij}^{M,k} &= \frac{0.8I(b_{ij}^{M,k})}{T} + 0.1; \\ a_{ij}^{U,k} &= \frac{0.8I(b_{ij}^{U,k})}{T} + 0.1 \end{aligned} \quad (3)$$

式(2)到式(3)的转换是基于以下考虑:一是这种转换实际上是基于三端点区间数定义的一种对应(见图2),即,三端点语言判断值的下限、最可能值和上限分别转换到三端点互补判断值的下限、最可能值和上限;二是三端点语言判断值的上、下限和最可能值转换,每一类转换都是依据式(1),每一步转换

都有明确的意义, 这种转换方式并没有改变判断值的基本形式关系, 即若三端点语言判断值有 $b_{ij}^{kL} \leq b_{ij}^{kU}$, 则必有 $a_{ij}^{kL} \leq a_{ij}^{kM} \leq a_{ij}^{kU}$, 因为:

$$\begin{aligned} I(b_{ij}^{kL}) &\leq I(b_{ij}^{kM}) \leq I(b_{ij}^{kU}) \Rightarrow a_{ij}^{kL} \\ &= \frac{0.8I(b_{ij}^{kL})}{T} + 0.1 \leq a_{ij}^{kM} = \frac{0.8I(b_{ij}^{kM})}{T} + 0.1 \\ &\leq a_{ij}^{kU} = \frac{0.8I(b_{ij}^{kU})}{T} + 0.1 \end{aligned}$$

这表明转换确保了三端点语言判断值与三端点互补判断值的对应关系。

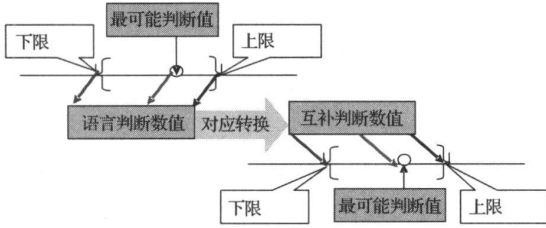


图2 三端点语言和和三端点互补判断数值的对应转换

例如, 对 $b_{12} = [s^5, s^6, s^7]$ 转化(设 $T = 8$), 则得到 $a_{12} = [0.6, 0.7, 0.8]$ 。

(2) 三端点互补判断矩阵转化为三端点语言判断矩阵

由于常用的互补判断信息为连续集合, 语言集为离散集合, 在将互补判断矩阵转化为语言判断矩阵的过程中, 需要将映射后得到的值整数化, 即先进行区间映射, 再取整。若互补判断矩阵采用 $l_1 \sim l_2$ ($l_2 > l_1$) 标度, 语言判断矩阵的粒度集为 $sr_1 \sim sr_2$ ($T_2 - T_1$ 为偶数), 则将 a_{ij}^k 转化为 b_{ij}^k 的公式为:

$$b_{ij}^k = \Gamma^{-1}[\text{Round} \frac{T(a_{ij}^k - l_1)}{l_2 - l_1} + T_1] \quad (4)$$

其中, $\text{Round}(x)$ 表示对 x 进行四舍五入的取整运算。

特殊地, 若互补判断矩阵采用 $0.1 \sim 0.9$ 标度, 语言判断矩阵的粒度为 $s_0 \sim s_T$, 有:

$$b_{ij}^k = \Gamma^{-1}[\text{Round} \frac{T(a_{ij}^k - 0.1)}{0.8}] \quad (5)$$

由此, 可将三端点互补判断矩阵转化为三端点语言判断矩阵(为描述简便, 下文省略了决策者的序号 k):

$$\begin{aligned} b_{ij}^L &= \Gamma^{-1}[\text{Round} \frac{T(a_{ij}^L - 0.1)}{0.8}]; \\ b_{ij}^M &= \Gamma^{-1}[\text{Round} \frac{T(a_{ij}^M - 0.1)}{0.8}]; \\ b_{ij}^U &= \Gamma^{-1}[\text{Round} \frac{T(a_{ij}^U - 0.1)}{0.8}] \end{aligned} \quad (6)$$

上述转换的理由同式(2)到式(3)的转换。由式(6), 对 $a_{12} = [0.6, 0.7, 0.8]$ 转化, 则得到 $b_{12} = [s^5, s^6, s^7]$ (若 $T = 8$)。

2.3 三端点语言判断矩阵和互补判断矩阵转化的若干性质

定理1 利用式(3)将三端点语言判断矩阵转化为三端点互补判断矩阵的过程中, 其次序一致性保持不变。

证明: 考虑到三端点区间数的可能值表示判断的最可能情况, 而区间范围只是对判断可能性的估计, 因此, 主要以可能值的次序一致性问题作为三端点区间数的一致性。

若最可能值满足次序一致性, $b_{ij}^M > s_{\frac{T}{2}}$, 则 $I(b_{ij}^M) > \frac{T}{2}$ 。由于 $T > 0$, 于是有:

$$a_{ij}^M = \frac{0.8I(b_{ij}^M)}{T} + 0.1 > \frac{0.8T}{2T} + 0.1 = 0.5$$

由此, 当 $b_{ij}^M > s_{\frac{T}{2}}$ 时, 转化后的 $a_{ij}^M > 0.5$; 若 $b_{ij}^M < s_{\frac{T}{2}}$, 则 $I(b_{ij}^M) < \frac{T}{2}$, 由于 $T > 0$, 于是有:

$$a_{ij}^M = \frac{0.8I(b_{ij}^M)}{T} + 0.1 < \frac{0.8T}{2T} + 0.1 = 0.5$$

即当 $b_{ij}^M < s_{\frac{T}{2}}$ 时, 转化后的 $a_{ij}^M < 0.5$ 。由上, 若由 $b_{ij}^M > s_{\frac{T}{2}}$, $b_{jk}^M > s_{\frac{T}{2}}$, 得到 $b_{ik}^M > s_{\frac{T}{2}}$, 则可推导得到: 由 $a_{ij}^M > 0.5$, $a_{jk}^M > 0.5$, 得 $a_{ik}^M > 0.5$, 表明其具有次序一致性。证毕。

定理2 利用式(6)将三端点互补判断矩阵转化为三端点语言判断矩阵的过程中, 其次序一致性保持不变。

证明: 若 $a_{ij}^M > 0.5$, 由于 $\Gamma^{-1}(x)$ 是单调增函数, 于是有:

$$\begin{aligned} b_{ij}^M &= \Gamma^{-1}[\text{Round} \frac{T(a_{ij}^M - 0.1)}{0.8}] \\ &> \Gamma^{-1}[\text{Round} \frac{T \cdot 0.4}{0.8}] = \Gamma^{-1}[\text{Round} \frac{T}{2}] \end{aligned}$$

因为 T 为偶数, 则 $\frac{T}{2}$ 为整数, 所以 $\text{Round} \frac{T}{2} = \frac{T}{2}$, 即 $a_{ij}^M > 0.5$ 时, 转化后的 $b_{ij}^M > s_{\frac{T}{2}}$; 若 $a_{ij}^M < 0.5$, 有: $b_{ij}^M = \Gamma^{-1}[\text{Round} \frac{T(a_{ij}^M - 0.1)}{0.8}] < \Gamma^{-1}[\text{Round} \frac{T \cdot 0.4}{0.8}] = \Gamma^{-1}[\text{Round} \frac{T}{2}] = \frac{T}{2}$ 。同理可推得, $a_{jk}^M > 0.5$, 则 $b_{jk}^M > s_{\frac{T}{2}}$; $a_{ik}^M > 0.5$, 则 $b_{ik}^M > s_{\frac{T}{2}}$ 。由此, 可得其满足次序一致性。证毕。

定理3 利用式(3)将三端点语言判断矩阵转化为三端点互补判断矩阵的过程中, 其完全一致性

保持不变。

证明: 因若 $B = (b_{ij}^M)_{m \times m}$ 满足完全一致性, 则有: $I(b_{ij}^M) + I(b_{jk}^M) = I(b_{ik}^M) + \frac{T}{2}$ 。有如下推导:

$$\begin{aligned} a_{ij}^M + a_{jk}^M &= \frac{0.8I(b_{ij}^M)}{T} + 0.1 + \frac{0.8I(b_{jk}^M)}{T} + 0.1 \\ &= \frac{0.8}{T}[I(b_{ij}^M) + I(b_{jk}^M)] + 0.2 \\ &= \frac{0.8}{T}[I(b_{ik}^M) + \frac{T}{2}] + 0.2 = \frac{0.8}{T}I(b_{ik}^M) + 0.6 \\ &= [\frac{0.8}{T}I(b_{ik}^M) + 0.1] + 0.5 = a_{ik}^M + 0.5 \end{aligned}$$

即 $I(b_{ij}^M) + I(b_{jk}^M) = I(b_{ik}^M) + \frac{T}{2}$ 时, 可推得 $a_{ij}^M + a_{jk}^M = a_{ik}^M + 0.5$ 。因此, 在利用式(3)进行转化的过程中, 完全一致性不变。证毕。

定理 4 利用式 6 将互补判断矩阵转化为语言判断矩阵的过程中, 其完全一致性可能发生改变。

证明: 若 $A = (a_{ij}^M)_{m \times m}$ 满足完全一致性, 则有: $a_{ij}^M + a_{jk}^M = a_{ik}^M + 0.5$ 。由式(6), 有如下推导:

$$\begin{aligned} I(b_{ij}^M) + I(b_{jk}^M) &= \text{Round} \frac{T(a_{ij}^M - 0.1)}{0.8} + \text{Round} \frac{T(a_{jk}^M - 0.1)}{0.8} \\ &\neq \text{Round} \frac{T(a_{ik}^M - 0.1)}{0.8} \end{aligned}$$

由于 $\text{Round}(x)$ 是取整运算, 则当 x 不是整数时, 可能出现:

$$\begin{aligned} &\text{Round} \frac{T(a_{ij}^M - 0.1)}{0.8} + \text{Round} \frac{T(a_{jk}^M - 0.1)}{0.8} \neq \\ &\text{Round} [\frac{T(a_{ij}^M - 0.1)}{0.8} + \frac{T(a_{jk}^M - 0.1)}{0.8}] \\ &= \text{Round} [\frac{T}{0.8}(a_{ik}^M - 0.1 + 0.4)] = I(b_{ik}^M) + \frac{T}{2} \end{aligned}$$

即当 $a_{ij}^M + a_{jk}^M = a_{ik}^M + 0.5$ 时, 可能出现 $I(b_{ij}^M) + I(b_{jk}^M) \neq I(b_{ik}^M) + \frac{T}{2}$, 因此, 在利用式(6)进行转化的过程中, 完全一致性可能发生改变。证毕。

由于三端点语言判断矩阵中的元素是离散变量, 而三端点互补判断矩阵中的元素为连续变量, 因此, 在将三端点语言判断矩阵转化为三端点互补判断矩阵时会出现信息丢失, 进而可能造成一致性发生变化。所以, 在群决策中进行多元偏好集结时, 可将三端点语言判断矩阵转化为三端点互补判断矩阵再进行集结, 避免信息丢失造成的决策误差。

需要说明的是, 如果语言偏好采用特殊形式(如二元语义的离散形式), 则定理 4 的结论将变为“完全一致性不发生变化”。

2.4 两类三端点偏好信息的集结方法研究

当决策者采用了两类结构的三端点区间数偏好进行决策时, 可将其转化为三端点互补判断矩阵的形式。至此, 经过转化后形成多个三端点互补判断矩阵, 之后可采用文献[9]等提出的方法对多个三端点互补矩阵求解权重, 关键点在于决策群体的权重如何合理设置, 这是本文的研究重点。不同决策者的判断水平和认知分析能力确有差异, 但成员决策权重确定是一件困难和敏感的事情。在决策者定权研究上, 一方面, 应该考虑群体一致性测度, 挖掘决策者拥有的信息和潜在的判断水平, 并通过更多次的判断统计信息进行合理的权重设置; 另一方面, 应该考虑决策者的变化与发展, 动态地考虑决策者权重。在此, 针对三端点判断偏好, 本文提出基于灰色关联度的决策者定权方法, 方法步骤如下:

步骤 1 对转化后的三端点互补判断矩阵, 初设决策者等权, 估算群体综合矩阵, 以此作为评定决策群体意见一致度的标杆。利用如下加权平均公式将之集结为一个三端点互补判断矩阵 $A_{m \times m} = (a_{ij}^L,$

$$\begin{aligned} a_{ij}^M, a_{ij}^U)_{m \times m}, \text{ 其中, } a_{ij}^L &= \frac{1}{n} \sum_{k=1}^n a_{ij}^{kL}; a_{ij}^M = \frac{1}{n} \sum_{k=1}^n a_{ij}^{kM}; a_{ij}^U \\ &= \frac{1}{n} \sum_{k=1}^n a_{ij}^{kU} \end{aligned}$$

步骤 2 基于三端点互补判断矩阵的综合排序权重求解。从形式上来看, 三端点区间数与三角模糊数具有相似的表现, 但是, 两者具有实质的内涵差别(图 3)。三角模糊数常假设线性的隶属度分布关系, 三端点区间数并没有类似的要求, 只要求决策者提供最可能的数值及可能的上、下限分布范围, 实际上, 决策者也无法确定其它部分的精确的判断值及其分布情况。由此, 在分析三端点区间数的一致性定义时, 并没有采用通常的模糊数的运算法则, 基于排序权重的三端点互补判断矩阵的一致性见定义 3。

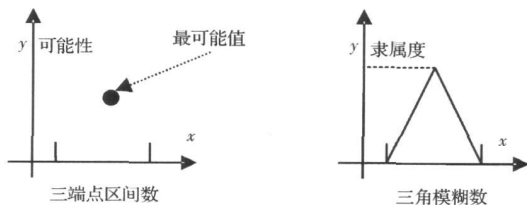


图 3 三端点区间数和模糊数的区别

定义 3 记 $w_i^k (i = 1, \dots, m)$ 为三端点区间数互补判断矩阵 A^k 的导出权重, 若有式(7)成立, 则称三端点区间数互补判断矩阵具有完全一致性,

$$a_{ij}^{kM} = \alpha(w_i^k - w_j^k) + 0.5 \quad (7)$$

其中,式(7)表示最可能的判断与整体一致性相符合, α 为显著性系数,一般可取 $m - 1/2$ [9]。

实际过程中,决策者给出的判断可能不满足完全一致性。若用 $f_{ij}^k = \alpha(w_i^k - w_j^k) + 0.5 - a_{ij}^{kM}$ 表示偏差,则 $\sum_{i,j=1}^m f_{ij}^k$ 表示基于三端点互补判断矩阵的总一致性偏差。此外,除了与最可能判断的最小偏差外,还应该位于判断的下限和上限范围之内。对各决策者各自给出经转化得到的三端点互补判断矩阵和群体综合矩阵进行排序,有:

$$\begin{aligned} \min \theta &= \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^m [\alpha(w_i^k - w_j^k) + 0.5 - a_{ij}^{kM}]^2, k \in \{1, \dots, n\} \\ \text{s.t.} &\begin{cases} a_{ij}^{kL} \leq \alpha(w_i^k - w_j^k) + 0.5 \leq a_{ij}^{kU}, i, j = 1, m \\ \sum_{i=1}^m w_i^k = 1 \\ w_i^k \geq 0, i = 1, m \end{cases} \end{aligned}$$

上述模型实质在于以三端点区间数的最可能值为基础兼顾区间数的上下分布范围,通过给定的三端点区间数偏好一致性定义给出方案排序,此外, θ 反映了决策者的一致性水平,其值越小表示决策者的一致性越好。通过上述模型可得到三端点互补判断矩阵的排序向量,以及基于判定系数 ρ_k 的决策者一致性水平。

步骤3 采用综合灰色关联度方法来刻画决策者的判断 w_i^k 与群体判断(对A用步骤2的方法得权重 w_i)的关联性程度 λ_i ,系统特征序列为群体综合矩阵得到的排序向量 $w_i, i = 1, \dots, m$; 行为序列为各决策者判断矩阵得到的排序向量 $w_i^k, i = 1, \dots, m$,具体计算方法见文献[7]。

步骤4 计算决策者的权重。设考虑群体意见一致度和决策者一致性水平的决策者权重指标为

$$\tau_k = \sqrt{\lambda_k' \rho_k'} / \sum_{k=1}^n \sqrt{\lambda_k' \rho_k'}, k = 1, \dots, n \quad (8)$$

其中, λ_k', ρ_k' 分别为 $\lambda_k, 1/\sqrt{\rho_k}$ 的归一化向量 ($\lambda_k' = \lambda_k / \sum_{k=1}^n \lambda_k, \rho_k' = \frac{1}{\sqrt{\rho_k}} / \sum_{k=1}^n \frac{1}{\sqrt{\rho_k}}$)。 λ_k 越大则决策者权重越大; ρ_k 越小则越大,由于其取值为平方和,故采用“ $\sqrt{\quad}$ ”形式。本文认为,与群体意见越相合,自身一致性水平越高的决策者,应该在最终的决策过程中占相对较大的比重。

在依据式(8)的计算过程中,若有: $\rho = 0, s \in \{1, \dots, n\}$, 为合理区分决策者的一致性水平,将 $\rho \rightarrow \gamma \rho, \gamma \in (0 \sim 1), \rho = \min_{k=1, \dots, n} \{\rho^k | \rho^k \neq 0\}$; 设 $\rho' = \max_{k=1, \dots, n} \rho^k$, 若 ρ'/ρ 过大(不在一个数量级上),可能导致基于一致性水平测度的决策者权重分量较大,若仍按式(8)计算,得到的权重可能忽略某些决策者,在这种情况下应适当缩小差异。

步骤5 基于决策者的权重 τ_k ,重新计算群体综合矩阵 $a_{ij}' = \sum_{k=1}^n \tau_k a_{ij}^k, i, j = 1, \dots, m$,之后采用步骤2的方法计算群体综合矩阵的偏好,将其作为群体的最终意见。

3 算例分析

设对某一决策问题,有5个决策者组成的决策者集,备选方案集为 $X = \{x_1, x_2, x_3, x_4\}$,互补判断矩阵采用0.1~0.9标度,语言判断矩阵标度集 $S = \{s_0, s_1, s_2, \dots, s_8\}$,判断偏好表达如下:

$$\begin{aligned} C^1 &= \begin{bmatrix} [0.5, 0.5, 0.5] & [0.2, 0.3, 0.4] & [0.3, 0.4, 0.5] & [0.5, 0.6, 0.7] \\ [0.6, 0.7, 0.8] & [0.5, 0.5, 0.5] & [0.5, 0.6, 0.8] & [0.6, 0.8, 0.9] \\ [0.5, 0.6, 0.7] & [0.2, 0.4, 0.5] & [0.5, 0.5, 0.5] & [0.6, 0.7, 0.8] \\ [0.3, 0.4, 0.5] & [0.1, 0.2, 0.4] & [0.2, 0.3, 0.4] & [0.5, 0.5, 0.5] \end{bmatrix}; \\ C^2 &= \begin{bmatrix} [s_4, s_4, s_4] & [s_5, s_6, s_7] & [s_2, s_3, s_4] & [s_3, s_5, s_7] \\ [s_1, s_2, s_3] & [s_4, s_4, s_4] & [s_2, s_3, s_4] & [s_5, s_6, s_7] \\ [s_4, s_5, s_6] & [s_4, s_5, s_6] & [s_4, s_4, s_4] & [s_4, s_5, s_6] \\ [s_1, s_3, s_5] & [s_1, s_2, s_3] & [s_2, s_3, s_4] & [s_4, s_4, s_4] \end{bmatrix}; \\ C^3 &= \begin{bmatrix} [0.5, 0.5, 0.5] & [0.3, 0.4, 0.5] & [0.4, 0.5, 0.6] & [0.4, 0.6, 0.7] \\ [0.5, 0.6, 0.7] & [0.5, 0.5, 0.5] & [0.5, 0.6, 0.8] & [0.6, 0.8, 0.9] \\ [0.4, 0.5, 0.6] & [0.2, 0.4, 0.5] & [0.5, 0.5, 0.5] & [0.6, 0.7, 0.8] \\ [0.3, 0.4, 0.5] & [0.1, 0.2, 0.4] & [0.2, 0.3, 0.4] & [0.5, 0.5, 0.5] \end{bmatrix}; \end{aligned}$$

$$C^4 = \begin{bmatrix} [s4, s4, s4] & [s2, s3, s4] & [s4, s5, s6] & [s3, s5, s7] \\ [s6, s7, s8] & [s4, s4, s4] & [s2, s2, s4] & [s5, s6, s6] \\ [s4, s5, s6] & [s6, s8, s8] & [s4, s4, s4] & [s3, s5, s6] \\ [s3, s5, s7] & [s4, s4, s5] & [s4, s5, s7] & [s4, s4, s4] \end{bmatrix}; C^5 = \begin{bmatrix} [s4, s4, s4] & [s4, s6, s6] & [s3, s5, s6] & [s3, s5, s6] \\ [s4, s4, s6] & [s4, s4, s4] & [s3, s4, s5] & [s5, s6, s7] \\ [s4, s5, s7] & [s5, s6, s7] & [s4, s4, s4] & [s5, s6, s7] \\ [s4, s5, s7] & [s3, s4, s5] & [s3, s4, s5] & [s4, s4, s4] \end{bmatrix}。$$

步骤 1 按式(3)将三端点语言判断偏好转换成三端点互补判断偏好(结果略);初设决策者权重

相当,得到群体综合判断矩阵为:

$$C = \begin{bmatrix} [0.5, 0.5, 0.5] & [0.38, 0.5, 0.58] & [0.38, 0.5, 0.6] & [0.42, 0.6, 0.74] \\ [0.42, 0.5, 0.62] & [0.5, 0.5, 0.5] & [0.4, 0.48, 0.64] & [0.6, 0.74, 0.82] \\ [0.4, 0.5, 0.62] & [0.36, 0.52, 0.6] & [0.5, 0.5, 0.5] & [0.54, 0.66, 0.76] \\ [0.26, 0.4, 0.58] & [0.18, 0.26, 0.4] & [0.24, 0.34, 0.46] & [0.5, 0.5, 0.5] \end{bmatrix}。$$

计算此判断矩阵得到的权重向量为: $w_1 = 0.267, w_2 = 0.287, w_3 = 0.28, w_4 = 0.167, \rho = 0.0084。$

步骤 2 分别计算上述 5 个判断矩阵(含转化后的三端点互补判断矩阵)的权重,得到:

$$\begin{cases} w_1^1 = 0.217, w_2^1 = 0.35, w_3^1 = 0.283, w_4^1 = 0.15, \rho^1 = 0 \\ w_1^2 = 0.3, w_2^2 = 0.23, w_3^2 = 0.3, w_4^2 = 0.17, \rho^2 = 0.05 \\ w_1^3 = 0.25, w_2^3 = 0.33, w_3^3 = 0.27, w_4^3 = 0.15, \rho^3 = 0.005 \\ w_1^4 = 0.272, w_2^4 = 0.272, w_3^4 = 0.272, w_4^4 = 0.183, \rho^4 = 0.067 \\ w_1^5 = 0.308, w_2^5 = 0.25, w_3^5 = 0.267, w_4^5 = 0.175, \rho^5 = 0.0363 \end{cases}$$

步骤 3 基于上述排序向量,得到:决策者 1 的绝对关联度:0.8884;相对关联度:0.7232;综合关联度:0.8058;决策者 2 的绝对关联度:0.9071;相对关联度:0.7967;综合关联度:0.8519;决策者 3 的绝对关联度:0.9700;相对关联度:0.9026;综合关联度:0.9363;决策者 4 的绝对关联度:0.9747;相对关联度:0.9247;综合关联度:0.9497;决策者 5 的绝对关联度:0.8884;相对关联度:0.7717;综合关联度:0.8301。

步骤 4 根据综合关联度和一致性数值 ρ ,得到决策者的权重 w_i 分别为:0.184,0.195,0.214,

0.217,0.190。从结果来看,决策者 3,4 的权重稍高一些,5 位决策者的权重数值还是有一些差距的(图 4)。

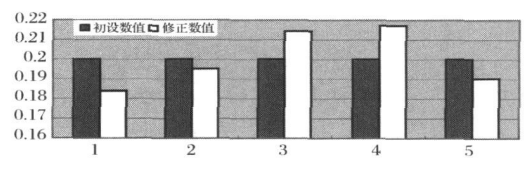


图 4 决策者权重比较

步骤 5 基于决策者的权重,得到基于修正决策者权重后的群体综合矩阵为:

$$C = \begin{bmatrix} [0.5, 0.5, 0.5] & [0.36, 0.48, 0.56] & [0.37, 0.49, 0.59] & [0.43, 0.6, 0.73] \\ [0.44, 0.52, 0.64] & [0.5, 0.5, 0.5] & [0.42, 0.5, 0.6] & [0.6, 0.75, 0.83] \\ [0.41, 0.51, 0.63] & [0.4, 0.5, 0.58] & [0.5, 0.5, 0.5] & [0.55, 0.67, 0.77] \\ [0.27, 0.4, 0.57] & [0.17, 0.25, 0.4] & [0.23, 0.33, 0.45] & [0.5, 0.5, 0.5] \end{bmatrix}。$$

对修正后的判断矩阵求解其权重,得到的权重结果为:

$w_1 = 0.262, w_2 = 0.295, w_3 = 0.28, w_4 = 0.163, \rho = 0.00675,$ 方案排序为: $x_2 \succ x_3 \succ x_1 \succ x_4,$ 表明方案 2 最优而方案 4 最差。从排序上看,决策者权重修正前后的方案排序没有发生变化,但

是方案的权重数值还是发生了一些变化。

4 结语

研究了群决策中三端点语言判断矩阵和三端点互补判断矩阵的集结方法,提出了语言判断与互补判断矩阵之间的转化方法,分析了转化过程中完全

一致性和次序一致性的变化。在两类偏好集结方面,给出了群体一致度测算定义和决策者判断水平的度量方法,进而提出了群体偏好的集结方法。本文的研究对决策者多类型的偏好集结和新的不确定偏好研究具有应用价值。下一步的重点研究在于集结更多种类的三端点偏好,并在实践中分析三端点判断形式的现实应用条件和可能性。

参考文献:

- [1] Wang, Y. M., Yang, J. B., Xu D. L.. A two-stage logarithmic goal programming methods for generating weights from interval comparison matrices [J]. Fuzzy sets and systems, 2005, 152(1): 475– 498.
- [2] Chu, H. J.. Group decision-making model using fuzzy multiple attributes analysis for the evaluation of advanced manufacturing technology [J]. Fuzzy Sets and Systems, 2010, 160(5): 586– 602.
- [3] Merig, J. M.. Fuzzy decision making with immediate probabilities [J]. Computers & Industrial Engineering, 2010, 58(4): 651– 657.
- [4] Hughes, W. R.. A statistical framework for strategic decision making with AHP: Probability assessment and Bayesian revision [J]. Omega, 2010, 37(2): 463– 470.
- [5] Truchon, M., Gordon, S.. Statistical comparison of aggregation rules for votes [J]. Mathematical Social Sciences, 2010, 57(2): 199– 212.
- [6] 朱建军, 王梦光, 刘士新. 一种新型不确定 AHP 的研究与应用 [J]. 管理科学学报, 2005, 8(5): 15– 20.
- [7] 刘思峰, 党耀国, 方志耕等. 灰色系统理论方法与应用 (第三版) [M]. 科学出版社, 2007.
- [8] 朱建军, 宋传平, 刘思峰. 一类三端点区间数判断矩阵的一致性及其权重研究 [J]. 系统工程学报, 2008, 23(1): 22– 27.
- [9] 田飞, 朱建军, 姚冬蓓, 等. 三端点区间数互补判断矩阵的一致性及其权重 [J]. 系统工程理论与实践, 2008, (10): 108– 113.
- [10] Zhu, N. N., Zhu, J. J., Ding, Y.. TOPSIS-based attribute weight solution using three-point linguistic information [J]. IEEE International Conference on Grey Systems and Intelligent Services, 2009, 1552– 1555.
- [11] 朱建军, 刘思峰, 王嵩华. 群决策中两类三端点区间数判断矩阵的集结方法 [J]. 自动化学报, 2007, 33(3): 297– 301.
- [12] 朱建军, 陈立光, 刘思峰. 用于原纸规格精简决策的三端点区间数层次分析法 [J]. 系统工程理论与实践, 2007, (10): 148– 153.
- [13] 罗党. 三参数区间灰数信息下的决策方法 [J]. 系统工程理论与实践, 2009, 29(1): 124– 130.
- [14] 兰蓉, 范九伦. 三参数区间值模糊集上的 TOPSIS 决策方法 [J]. 系统工程理论与实践, 2009, 29(5): 129– 136.
- [15] Dong, Y. C., Xu, Y. F., Yu, S.. Linguistic multiperson decision making based on the use of multiple preference relations [J]. Fuzzy Sets and Systems, 2009, 160: 603– 623.
- [16] Fan, Z. P., Liu, Y.. A method for group decision-making based on multi-granularity uncertain linguistic information [J]. Expert Systems with Applications, 2010, 37: 4000– 4008.
- [17] Cabrerizo, F. J., Perez, I. J., Herrera-Viedma, E.. Managing the consensus in group decision making in an unbalanced fuzzy linguistic context with incomplete information [J]. Knowledge-Based Systems, 2010, 23: 169– 181.
- [18] Wang, T. C., Chen, Y. H.. Applying fuzzy linguistic preference relations to the improvement of consistency of fuzzy AHP [J]. Information Sciences, 2008, 178: 3755– 3765.
- [19] 朱建军, 刘思峰. 群决策中模糊偏好信息转化的若干性质研究 [J]. 控制与决策, 2008, 23(1): 56– 59.

Information Translation and Aggregation Approach on Three-Point Linguistic and Complementary Preference in Group Decision Making

ZHU Jian-jun, LIU Si-feng, TIAN Fei

(College of Economics and Management, Nanjing University of Aeronautics and Astronautics, Nanjing 210016, China)

Abstract: The aggregation approach of three-point interval linguistic judgment matrix and complementary preference judgment matrix is studied in this paper. Firstly, the translation approach of two kinds of preference information is put forward. Secondly, the information change during the translation process is studied according to the angle of the order consistency and complete consistency. Thirdly, the definition of the group consistency degree based on the grey relationship is put forward and the decision maker's weight is suggested. Finally, the aggregation method of the two kinds of three-point interval preference is suggested. The application steps are showed by an example.

Key words: group decision making; three-point interval linguistic judgment; three-point interval complementary judgment; preference translation; aggregation